## Топологічна оптимізація пластини

Валерій Шмуклер<sup>1</sup>, Олена Лугченко<sup>2</sup>, Алі Нажем<sup>3</sup>

Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова 17, вул. Маршала Бажанова, Харків, Україна, 61002 <sup>1</sup>v\_shmukler@hotmail.com, orcid.org/0000-0002-8670-0731 <sup>2</sup>elenalugchenko@gmail.com, orcid.org/0000-0001-5397-355X <sup>3</sup>ali.h.najem@hotmail.com<u>,</u> orcid.org/0000-0001-7247-4457

DOI: 10.32347/0475-1132.40.2020.112-119

Анотація. У статті викладена процедура прямого (раціонального) проектування плит. Наведений біоніко-енергетичний метод є ефективним інструментарієм формування образу конструкцій, що відрізняє його від згаданих вище результатів і, насамперед, за рахунок його фізичної прозорості. Важливим також є факт використання запропонованих технологій у робочому проектуванні й зведенні конструкцій, геометрія, а при необхідності й фізичні характеристики яких, знайдені розрахунковим, а не інтуїтивним шляхом.

У його основі лежать нові енергетичні принципи й алгоритми послідовної побудови геометричного й/або фізико-механічного «образу» конструкції. На прикладі формування енергетично рівноміцних пластин показана послідовність обчислювальних операцій методу.

Рішення будується аналітично з метою показу нюансів необхідних операцій. Одночасно, на наведених прикладах, показано, що введені критерії оптимізації зумовлюють, в тому числі, мінімальний обсяг конструктивів, а також їх мінімальні прогини.

Принциповим елементом підходу є використання нового критерію граничного стану, що забезпечує оцінку напруженості елемента. При цьому, враховуються властивості матеріалу й вид напружено-деформованого стану.

Отримані аналітичні рішення використані як контрольні тести для загальної обчислювальної процедури методу. У зв'язку із чим, у статті наведені результати аналітичного й чисельного розв'язку. Ефективність обчислювальної процедури підтверджена швидкістю її збіжності і мінімальним розходженням геометричних параметрів (топології) конструкції з тестприкладами. Технологічна послідовність обчислювальних операцій методу завершена побу



Валерій Шмуклер завідувач кафедри будівельних конструкцій д. т. н., проф.



Олена Лугченко доцент кафедри будівельних конструкцій к. т. н., доц.



Алі Нажем аспірант кафедри будівельних конструкцій

довою елементів (плит) із простою зовнішньою й складною внутрішньою геометрією, що володіють цілим набором позитивних властивостей, таких як мінімальна витрата матеріалу при фіксованій жорсткості (несуча здатність), або максимальна жорсткість при фіксованій витраті матеріалу.

Ключові слова: раціональність, щільність потенційної енергії деформації, енергетичний баланс, біоніко-енергетичний метод, рівноміцність.

## ВСТУП

Розглядається завдання побудови внутрішньої геометрії залізобетонної прямокутної пластини мінімальної ваги (Рис.1).



Рис.1. Прямокутна пластина. Fig.1. Rectangular plate.

Алгоритм використовує ідеологію формування енергетично рівноміцного елемента відповідно до методу, запропонованого в [1,2].

Гіпотези й допущення:

1. Основні атрибути пластини (геометричні й фізико-механічні) задовольняють обмеженням теорії тонких пластин;

2. Крайові умови ухвалюються 4-х типів: шарнірне обпирання по контуру; дві протилежні сторони пластини шарнірно обперті, а дві інші затиснені; вигин пластини моментами, прикладеними до двом протилежним сторонам; чистий вигин пластини.

3. Раціональною вважається пластина, у кожній точці поверхні якої щільність потенційної енергії деформацій (ЩПЕД) постійна й рівна нормованої;

4. Геометрія пластини формується у вигляді елемента зі східчасто змінною товщиною;

5. Навантаження – рівномірно розподілене.

Слід зазначити, що гіпотези 2 і 5 не зменшують область використання отриманих рішень, тому що вони (рішення) легко узагальнюються на випадок інших умов обпирання й навантаження.

### МЕТА ТА ЗАВДАННЯ ДОСЛІДЖЕННЯ

Метою роботи є одержання аналітичного й чисельного розв'язків завдання прямого

проектування згинаних елементів (пластин), результат яких представлений у вигляді геометричного «образу» конструкцій. Тут, у відмінності від традиційного перевірочного підходу, постулюється варіант постановки й розв'язку завдання топологічної оптимізації. Відмінність використовуваної процедури полягає в прийнятті нових критеріїв раціоналізації, що носять енергетичний характер. Крім того, вирішено завдання надання конструкції вигляду порожнистого елемента з простою зовнішньою та складною (розрахунковою) внутрішньою геометрією.

### ОСНОВНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ

Наближене рішення будується в чисельно – аналітичній формі. На першому кроці алгоритму виконується скінцевоелементне моделювання пластини. При цьому, вважається припустимим ототожнення величини енергії деформацій у нескінченно малому елементі з енергією деформацій у скінцевому елементі (СЕ). Дане допущення базується на ідеології чисельного інтегрування (квадратурних формул Котеса). Потенційна енергія деформацій (ПЕД) у нескінченно малому пластинчастому елементі рівна [3]:

$$dV = \frac{1}{2}D \begin{pmatrix} \left(\frac{d^{2}w}{dx^{2}} + \frac{d^{2}w}{dy^{2}}\right)^{2} - 2(1-v) \\ \cdot \left[\frac{d^{2}w}{dx^{2}} \cdot \frac{d^{2}w}{dy^{2}} - \left(\frac{d^{2}w}{dxdy}\right)^{2}\right] \end{pmatrix} dxdy \quad (1)$$

де V – потенційна енергія деформацій (ПЕД); w = w(x, y) – прогин;

 $D = \frac{Eh^3}{12(1-v^2)}$  – циліндрична жорсткість

пластини; Е – модуль деформацій 1-го роду; *h* – товщина пластини; *v* – коефіцієнт поперечної деформації.

Відповідно до прийнятого положення величина ПЕД у СЕ приблизно представляється у вигляді:

$$\Delta V_{i} = \frac{1}{2} D_{i} \left[ \left( \frac{d^{2}w}{dx^{2}} + \frac{d^{2}w}{dy^{2}} \right)^{2} - 2(1 - v_{i}) \\ \left[ \frac{d^{2}w}{dx^{2}} \cdot \frac{d^{2}w}{dy^{2}} - \left( \frac{d^{2}w}{dxdy} \right)^{2} \right] \right] \lambda_{xi} \lambda_{yi}, \quad (2)$$

 $\lambda_{xi}, \lambda_{yi}$  – жорсткістні атрибути і – го скінцевого елемента;  $D_i, v_i$  – розміри і – го кінцевого елемента в напрямку осей координат декартової системи X и Y відповідно;  $i \in (1, N)$  – номер CE, N – кількість CE відповідно до сітки розбивки.

Плита, обперта шарнірно по контуру. Запишемо рішення Навье для рівняння вигину пластин (рівняння Софі Жермен [3], Рис. 2):



Рис. 2. Прямокутна пластина, шарнірно обперта по контуру.

Fig. 2. Rectangular plate, hinged along the contour.

$$w(x,y) = \frac{16q_0}{\pi^6 D} \sum_{m=1}^{m=\infty} \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{\sin \frac{m \cdot \pi \cdot x}{a} \sin \frac{n \cdot \pi \cdot y}{b}}{mn\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)}$$
(3)

де *q*<sub>0</sub> – рівномірно розподілене по площі пластини навантаження.

Продиференціював двічі (3) і підставляючи отримані результати в (2) одержимо:

$$\Delta V_{i} = \frac{1536 \cdot q_{_{0}}^{^{2}} \cdot a^{4} (1 - v_{i}^{^{2}})}{\pi^{^{6}} E_{i} h_{i}^{^{3}}} \cdot Q_{1i}, \qquad (4)$$

де

$$Q_{1i} = \left(-K_{1i} - \alpha^2 K_{2i}\right)^2 - \left(K_{1i} \alpha^2 K_{2i}\right) \cdot 2(1 - v_i) + \left(2 \cdot (1 - \gamma_i) \cdot \alpha K_{3i}\right)^2;$$

$$K_{1} = \sum_{m=1}^{m=100} \sum_{n=1}^{n=100} \frac{m \cdot \sin \frac{m \cdot \pi \cdot x}{a} \sin \frac{n \cdot \pi \cdot y}{b}}{n(m^{2} + \alpha^{2}n^{2})^{2}};$$

$$K_{2} = \sum_{m=1}^{m=100} \sum_{n=1}^{n=100} \frac{n \cdot \sin \frac{m \cdot \pi \cdot x}{a} \sin \frac{n \cdot \pi \cdot y}{b}}{m(m^{2} + \alpha^{2} n^{2})^{2}};$$

$$K_{3} = \sum_{m=1}^{m=100} \sum_{n=1}^{n=100} \frac{\cos \frac{m \cdot \pi \cdot x}{a} \cos \frac{n \cdot \pi \cdot y}{b}}{\left(m^{2} + \alpha^{2} n^{2}\right)^{2}};$$

$$\alpha = \frac{a}{b}.$$

Вважаючи, що щільність потенційної енергії деформації (ЩПЕД) зберігає в СЕ постійне значення, розділивши (2) на величину обсягу СЕ, рівного  $\gamma_i = h \cdot \lambda_{xi} \cdot \lambda_{yi}$ , з (4) одержимо:

$$e_{i} = \frac{1536 \cdot q_{_{0}}^{^{2}} \cdot a^{4} (1 - v_{i})}{\pi^{^{2}} E_{i} h_{i}^{^{4}}} \cdot \bar{Q}_{1i}$$
(5)

де  $e_i$  – ЩПЕД в i – ом СЕ.

3 обліком прийнятої третьої гіпотези

$$\boldsymbol{e}_i = \boldsymbol{e}_{ni} \tag{6}$$

де  $e_{n_i} = \gamma \cdot e_{u_i}$ ;  $e_{n_i}$  – нормоване значення ЩПЕД;  $e_{u_i}$  - граничне значення ЩПЕД;  $\gamma \in (0;1)$  – статистично обгрунтований коефіцієнт надійності.

Якщо мова йде про формування просторової конструкції, шляхом обґрунтованого призначення коефіцієнта надійності, можна передбачити послідовність виходу з ладу різних елементів системи. При цьому величина  $e_{ui}$  ухвалюється відповідно до критерію [1]:

$$e_{u} = 0.5 \chi_{\varepsilon}^{2} [(\chi_{\varepsilon} + 1)e_{uc} + (\chi_{\varepsilon} - 1)e_{ut}] + (1 - \chi_{\varepsilon}^{2})e_{ush},$$

$$(7)$$

де  $\chi_{\varepsilon} = \frac{2\varepsilon_2 - \varepsilon_1 - \varepsilon_3}{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}, \ \varepsilon_1 \ge \varepsilon_2 \ge \varepsilon_3$  – параметр Лоде – Надаі;  $\varepsilon_1 \ge \varepsilon_2 \ge \varepsilon_3$  – головні лінійні деформації;  $e_{uc}; e_{ut}; e_{ush}$  – парціальні (частки) значення ЩПЕД для деформацій стиску, розтягу й зрушення.

При нелінійному (фізично) деформуванні, величини парціальних ЩПЕД можна визначати безпосередньо за результатами відповідних експериментів, ухвалюючи для Е<sub>i</sub> в (5) концепцію січного модуля. Дорівнюючи (5) і (7) визначаємо товщину *hi* CE:

$$h(x, y) = \frac{4a}{\pi_{(7)}^2} \sqrt[4]{\frac{6(1 - v^2) \cdot q_0^2 \cdot Q_{1i}}{E_i \cdot e_{ni}}}$$
(8)

Застосовуючи (8) для кожного СЕ одержуємо топологію пластини зі східчасто змінною товщиною.

У випадку фізично нелінійного деформування товщина hi в (8) визначається ітераційно шляхом послідовного уточнення  $E_i$ й  $e_{ni.}$  Для інших, застережених вище (гіпотеза 2) крайових умов, наведений підхід зберігає силу. При цьому, рішення, що входять в (4) і (8) запозичені з [3].

Розрахунки плити, шарнірно обпертої по контуру, виконані у середовищі ПК «Ліра-10.6», яка містить у собі блок енергетичних розрахунків і демонструються графічною інформацією, наведеною на Рис. 3.



Рис. 3. Раціональна поверхня пластини, шарнірно обпертої по контуру: а – отримана по [4]; б – отримана по (8).

Fig. 3. Rational surface of the plate hinged along the contour: a - obtained by [4]; b - obtained by (8).

Вигин пластини моментами, прикладеними до двох протилежних сторін (Рис.4).



- Рис. 4. Прямокутна пластина, вигнута моментами, прикладеними до двом протилежним сторонам, *M*<sub>0</sub>=*const*.
- Fig. 4. A rectangular plate curved by moments applied to two opposite sides,  $M_0 = const$ .

$$K_{1} = \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{m \ ch\alpha_{m}} \left( \begin{array}{c} \alpha_{m} th\alpha_{m} ch \frac{m\pi y}{a} - \\ -\frac{m\pi y}{a} sh \frac{m\pi y}{a} \end{array} \right) \cdot \sin \frac{m\pi x}{a};$$

$$K_{2} = \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{m \ ch\alpha_{m}} \left( \begin{array}{c} \alpha_{m} th\alpha_{m} ch \frac{m\pi y}{a} - \\ -2 ch \frac{m\pi y}{a} - \\ -2 ch \frac{m\pi y}{a} - \\ -2 ch \frac{m\pi y}{a} - \\ -\frac{m\pi y}{a} sh \frac{m\pi y}{a} - \\ -\frac{m\pi y}{a} sh \frac{m\pi y}{a} - \\ -sh \frac{m\pi y}{a} - \\ -sh \frac{m\pi y}{a} - \\ -\frac{m\pi y}{a} ch \frac{m\pi y}{a} - \\ \end{array} \right) \cos \frac{m\pi x}{a};$$

$$\alpha_{m} = \frac{m\pi b}{2a};$$

$$Q_{2i} = \begin{bmatrix} \left(-K_{1} - \alpha^{2}K_{2}\right)^{2} - \left(K_{1}\alpha^{2}K_{2}\right) \cdot 2(1 - \nu) + \\ + \left(2 \cdot (1 - \gamma) \cdot \alpha K_{3}^{2}\right) \end{bmatrix};$$

$$h_{i} = \sqrt[4]{\frac{24M_{0}^{2}(1 - \nu^{2}) \cdot Q_{2i}}{\pi^{2}E \cdot e_{n}}} \qquad (9)$$

Чистий вигин пластини (Рис. 5).



- Рис. 5. Чистий вигин пластини: *M*<sub>0</sub>=*const*; *a*,*b* геометричні розміри пластини.
- Fig. 5. Clean bending of the plate:  $M_0$ =const; a, b geometric dimensions of the plate.

Як бачимо з (1), з обліком того, що [3]:

$$W = \frac{M_0 (x^2 + y^2)}{2D(1 + v)}$$
  
$$h_i = 4 \sqrt{\frac{12M_0 (1 - v)}{E \cdot e_n}} = const$$
(10)

Чисельний розрахунок пластини, демонструється графічною інформацією, представленою на Рис. 7.

Дві протилежні сторони пластини шарнірно обперті, а дві інші затиснені (Рис.6).



- Рис. 6. Дві протилежні сторони пластини шарнірно обперті, а дві інші затиснені: *q* – рівномірно розподілене по площі пластини навантаження; *a,b* – геометричні розміри пластини.
- Fig. 6. Two opposite sides of the plate are hinged, and the other two are clamped; a, b geometric dimensions of the plate.



Рис. 7. Раціональна поверхня жорстко затисненої пластини: a -отримана по [4]; 6 -отримана по (10). Fig. 7. Rational surface of the rigidly clamped plate: a -obtained by [4]; b -obtained by (10).

$$\alpha_{m} = \frac{m\pi b}{2a};$$

$$w = -\frac{2q_{0} \cdot a^{4}}{\pi^{5}D} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \frac{\sin \frac{m\pi x}{a}}{m^{5}ch\alpha_{m}} \cdot \frac{\alpha_{m} - th\alpha_{m}(1 + \alpha_{m}th\alpha_{m})}{\alpha_{m} - th\alpha_{m}(\alpha_{m}th\alpha_{m} - 1)} \cdot \frac{(m\pi y)}{a} sh \frac{m\pi y}{a} - \alpha_{m}th\alpha_{m}ch \frac{m\pi y}{a};$$

Вводимо позначення 1

$$\varphi_{1m}=\frac{1}{m^5ch\alpha_m};$$

$$\varphi_{2_m} = \frac{\alpha_m - th\alpha_m(1 + \alpha_m th\alpha_m)}{\alpha_m - th\alpha_m(\alpha_m th\alpha_m - 1)};$$

$$w = -\frac{2q_0 \cdot a^4}{\pi^5 5D} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \varphi_{1m} \cdot \sin \frac{m\pi x}{a} \cdot \varphi_{2m} \cdot \left(\frac{m\pi y}{a} sh \frac{m\pi y}{a} - \alpha_m th \alpha_m ch \frac{m\pi y}{a}\right);$$

 $\varphi_m = \varphi_{1m} \cdot \varphi_{2m};$ 

$$K_{1i} = -\sum_{m=1,3,5}^{\infty} \varphi_m \cdot m^2 \cdot \sin \frac{m\pi x}{a} \cdot \left( \frac{m\pi y}{a} sh \frac{m\pi y}{a} - \alpha_m th \alpha_m ch \frac{m\pi y}{a} \right);$$

$$K_{2i} = \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \varphi_m \cdot m^2 \cdot \sin \frac{m\pi x}{a} \cdot \left[ (2 - \alpha_m th \alpha_m) ch \frac{m\pi y}{a} + \frac{m\pi y}{a} sh \frac{m\pi y}{a} \right];$$

$$K_{3i} = \sum_{m=1,3,5}^{\infty} \varphi_m \cdot m^2 \cos \frac{m\pi x}{a} \left[ (1 - \alpha_m th \alpha_m) sh \frac{m\pi y}{a} + \frac{m\pi y}{a} ch \frac{m\pi y}{a} \right];$$

$$Q_{3i} = \left[ \frac{(-K_{1i} + K_{2i})^2 + 2(1 - \gamma_i)K_{1i}K_{2i} + (2 \cdot (1 - \nu_i) \cdot \alpha K_{3i}) + (2 \cdot (1 - \nu_i) \cdot \alpha K_{3i}) + (2 \cdot (1 - \nu_i) \cdot \alpha K_{3i}) + (2 \cdot (1 - \nu_i) \cdot \alpha K_{3i}) + (2 \cdot (1 - \nu_i) \cdot \alpha K_{3i}) + (2 \cdot (1 - \nu_i) \cdot \alpha K_{3i}) + (1 - 2 \cdot$$

Чисельний розрахунки пластини, демонструється графічною інформацією, наведеною на Рис. 8.



Рис. 8. Раціональна поверхня пластини дві протилежні сторони якої шарнірно обперті, а дві інші затиснені: а – отримана по [4]; б – отримана по (11)

Fig. 8. Rational surface of the plate, two opposite sides of which are hinged, and the other two are clamped: a - obtained by [4]; b - obtained by (11)

Зіставлення отриманих рішень з рішеннями, наведеними в [4], які відповідають пластинам імаксимальної жорсткості, демонструє їх якісну погодженість.

Знаючи поля розподілу товщини пластин (еталонне рішення) та при умові застосування конструктивної ідеології системи «Монофант», з'являється можливість створення пластин з простою або заданою зовнішньою геометрією й розрахунковою складною внутрішньою (Рис. 9) [5].

Далі слід здійснити перевірку виконання всіх обмежень завдання (остаточне рішення) і у випадку невиконання жодного з них, скорегувати рішення, використовуючи викладений тут підхід.



- Рис. 9. Пластина з простою зовнішньою й розрахунковою складною внутрішньою геометрією: а випадок вільного спирання; б випадок змішаного спирання
- Fig. 9. Plate with a simple external and calculated complex internal geometry: a the case of free support; b the case of mixed support.

### ВИСНОВКИ ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ

Біоніко-енергетичний метод [2] є ефективним інструментарієм формування образу конструкцій (форма й зміст), що володіють цілим набором позитивних властивостей, таких як мінімальна витрата матеріалу при фіксованій жорскості (несуча здатність), або максимальна жорсткість при фіксованій витраті матеріалу. Викладений підхід в повній мірі може бути застосовано при визначенні конструктивних параметрів фундаментних плит.

#### ЛІТЕРАТУРА

- 1. Васильков Г.В. Еволюційна теорія життєвого циклу механічних систем. Теорія споруджень: навч. посіб. Москва: Видавництво ЛКИ, 2008. 320 с.
- Шмуклер В.С. Біоніко-Енергетична раціоналізація будівельних систем. Тренди та тенденції розвитку будівельної галузі: тези доп. міжнар. наук.-практ. конф., м. Харків, 18-19 лист. 2020р. Харків: ХНУМГ ім. О.М. Бекетова, 2020. С.12-13.
- 3. Тимошенко С.П., Войновський-Кригер С. Пластинки й оболонки: пер. з англ. Москва, 1966. 636 с.
- 4. Банічук Н.В. Оптимізація форм пружних тіл: навч. посіб. Москва: Наука, 1980. 256 с.
- V. Babaev, I. Ievzerov, S. Evel, A. Lantoukh-Liashchenko, V. Shevetovsky, O. Shimanovskyi, V. Shmukler, M. Sukhonos. Rational Design of Structural Building Systems: Monografya. Berlin/Germany, 2019. 384 p.

#### REFERENCES

- 1. Vasilkov G.V. (2008). Evolyucijna teoriya zhittyevogo ciklu mehanichnih sistem. Teoriya sporudzhen [Evolutionary theory of the life cycle of mechanical systems. Theory of constructions]. Moskva:Vidavnictvo LKI, 320 (in Russian).
- Shmukler V. (2020). Bioniko-Enerhetychna ratsionalizatsiya budivelnykh system. Trendy ta tendentsiyi rozvytku budivelnoyi haluzi [Bionic-Energy rationalization of building systems. Trends and trends in the construction industry]. Tezy dop. mizh-nar. nauk.-prakt. konf., Kharkiv: KHNUMH im. O.M. Beketova, (in Ukrainian).
- 3. Tymoshenko S.P., Voynovskyy-Kryher S. (1966). Plastynky y obolonky [Plates and shells]. per. z anhl. Moskva: Nauka, 636 (in Russian).
- 4. Banichuk N.V. (1980). Optymizatsiya form pruzhnykh tel [Optimization of forms of elastic bodies]. navch. posib. Moskva: Nauka, 256 (in Russian).
- V. Babaev, I. Ievzerov, S. Evel, A. Lantoukh-Liashchenko, V. Shevetovsky, O. Shimanovskyi, V. Shmukler, M. Sukhonos (2019). Rational Design of Structural Building

Systems: Monografiya. Berlin / Germany: DOM publishers, 384 (in English).

# Topological optimization of the plate

Valery Shmukler, Olena Lugchenko, Ali Nazhem

**Summury.** The paper provides the procedure of forward-engineering (intelligent) plate design. This technology is an exclusive modification of topological (bionic) optimization. It is based on the new energy principles and the algorithms for successive construction of geometric and/or physical-mechanical "pattern" of a structure.

The sequence of computational operations of the method in question is illustrated on example of forming plate of energetically uniform strength.

The solution is built analytically to show the nuances of the operations required. The decision of the future analytically helps to show the nuances of the necessary operations. At the same time, on the given supports, it is shown that the introduced optimization criteria determine, at the same time together, the minimum volume of constructs, and also their minimum deflections.

A fundamental element of the given approach is the use of a new criterion for the limit state, which provides an estimate of the element's stress. In this case, the properties of the material and the type of the stress and strain state are taken into account.

The analytical solution obtained was used as a checkup test for the general computational procedure of the method in question. In this connection, the paper features the results of analytical and numerical solutions. The efficiency of the computational procedure is confirmed by the rate of its convergence and the minimal variation of geometrical construction parameters (topology) with test cases. The technological sequence of computational operations of the method in question is completed by the construction of elements (plate) with basic external and complex internal geometry, which provides a holistic set of positive power structures, such as minimum consumables in a fixed brutal state, or maximum weight in a fixed organization.

**Key words:** rationality, density of potential deformation energy, energy balance, bionic-energy method, equivalence.