

## Чисельне дослідження збіжності методів визначення коефіцієнтів жорсткості при різних інженерно-геологічних умовах основи

Ірина Жупаненко

Київський національний університет будівництва і архітектури  
31, просп. Повітрофлотський, Київ, Україна, 03037,  
zhupanenko.iv@knuba.edu.ua, orcid.org/0000-0002-6167-6552

DOI: 10.32347/0475-1132.42.2021.46-52

**Анотація.** Попри значний розвиток чисельного моделювання сумісної роботи надземних конструкцій з ґрунтовою основою, на сьогоднішній день найбільш популярною в спільноті інженерів-проектувальників залишається розрахункова модель плити на пружній основі.

Це, насамперед, обумовлено простотою реалізації такої моделі і можливістю комплексного розрахунку системи основа-фундамент.

При цьому ключовим етапом розрахунку моделі плити на пружній основі є визначення коефіцієнтів жорсткості основи.

В даній роботі за допомогою програмно-обчислювального комплексу ЛІРА САПР 2016 проведено дослідження методів визначення коефіцієнтів жорсткості при різних варіантах ґрунтових умов.

Дослідження реалізовано шляхом чисельного аналізу характеристик напружено-деформованого стану (величини осідань, реактивного тиску і зусиль) в квадратній в плані рівномірно завантаженій фундаментній плиті при різних інженерно-геологічних умовах майданчику забудови.

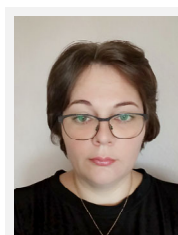
Розглянуто:

1) однорідну в плані основу, складену скінченною кількістю лінійно-деформованих шарів сталої товщини;

2) однорідну в плані основу, складену шарами сталої товщини, один з яких є лесовим просідаючим;

3) неоднорідну основу, складену почерговим нашаруванням зв'язних і незв'язних ґрунтів, один з яких не є сталим по товщині.

Проаналізовано збіжність абсолютних величин контрольованих параметрів, отриманих для моделі з двома коефіцієнтами жорсткості (модель Пастернака), які для багат шарових ґрунтів визначаються по усередненим в межах гли-



**Ірина Жупаненко**  
доцент кафедри  
опору матеріалів  
к.т.н., доц.

бини стислої товщі значенням модуля деформації та коефіцієнта Пуассона і для моделі з одним перемінним в плані коефіцієнтом жорсткості (модель Горбунова-Посадова).

Наведені результати дослідження показують, що область застосування двохпараметричної моделі Пастернака (яка є більш коректною, порівняно з однопараметричною моделлю Горбунова-Посадова) обмежується однорідною в плані одно- або багат шаровою ґрунтовою основою при умові, що шари ґрунту сталої товщини. Натомість, модель Горбунова-Посадова дозволяє розраховувати неоднорідні основи і ґрунти, що мають особливі властивості (просідаючі). Проте, така модель не дозволяє врахувати просторову роботу ґрунту і взаємний вплив площ навантаження.

**Ключові слова.** Фундаментна плита, плита на пружній основі, коефіцієнти жорсткості, чисельне моделювання.

### ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Завдання представлення ґрунтової основи в загальній розрахунковій схемі будівлі чи споруди найбільш часто вирішується за допомогою моделі плити на пружній основі. При цьому виникає проблема вибору коефіцієнтів жорсткості такої основи, які б

адекватно відтворювали реальні властивості ґрунтового масиву.

Оскільки ці коефіцієнти не можливо отримати безпосередньо з фізико-механічних характеристик ґрунтів основи, питання аргументованого вибору методики визначення коефіцієнтів жорсткості пружної основи залишається наразі відкритим.

Зокрема, потребує дослідження питання достовірності двох найбільш поширених моделей пружної основи (модель Пастернака і модель Горбунова-Посадова) в залежності від однорідності (чи неоднорідності) ґрунтових умов основи.

### АНАЛІЗ ПОПЕРЕДНІХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Дослідження спрощеної моделі ґрунтової основи з використанням різних методик визначення коефіцієнтів жорсткості основи [1-3], на сьогоднішній день не сформульовані в якісь чіткі рекомендації щодо вибору того чи іншого методу. Результатом таких досліджень є, по-суті, рекомендація варіативного методу розрахунку з наступним вибором найбільш невідповідних комбінацій контрольованих параметрів як найбільш надійний спосіб вирішення практичних задач.

Проведені автором [4] чисельні дослідження характеристик напружено-деформованого стану фундаментних плит при різних варіантах нашарування ґрунтів основи окреслили певну залежність збіжності результатів від однорідності ґрунтів основи. З огляду на це вбачається перспективним аналіз достовірності методик розрахунку коефіцієнтів жорсткості основи при різних варіантах нашарування ґрунтів основи.

### МЕТА РОБОТИ

Дослідити збіжність характеристик напружено-деформованого стану фундаментної плити, отриманих при різних варіантах розрахункової моделі плити на пружній основі.

На прикладі розрахунку однієї і тієї ж фундаментної плити при трьох варіантах

нашарування ґрунтів основи дослідити критерії вибору способу визначення коефіцієнтів жорсткості в залежності від однорідності в плані ґрунтових умов майданчика.

Дослідження виконано шляхом чисельного моделювання розрахункової моделі плити на пружній основі із застосуванням різних моделей ґрунтової основи, реалізованих в програмно-обчислювальному комплексі «ЛІРА».

### ОСНОВНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ

В якості об'єкта дослідження даної роботи обрано квадратну в плані фундаментну плиту розміром 10×10 м і товщиною 0,4 м. Плита завантажена лише власною вагою.

Для аналізу розглядається три види ґрунтових умов:

- перший об'єкт – назвемо його плита №1 – основа складена сталими по товщині нашаруваннями зв'язних ґрунтів з близькими фізико-механічними характеристиками. Інженерно-геологічні умови майданчика будівництва плити №1 показані на Рис. 1. Таку основу можна вважати однорідною, оскільки вона складена скінченною кількістю лінійно-деформованих шарів сталої товщини;

- другий об'єкт – назвемо його плита №2 – основа складена нашаруваннями суглинків та супісків майже сталої товщини, тобто є близькою до однорідної. Інженерно-геологічні умови майданчика будівництва плити №2 показані на Рис. 2. Особливість даних ґрунтових умов полягає в тому, що потужний шар супіску (ПЕ-3) є просідаючим;

- третій об'єкт – назвемо його плита №3 – основа складена почерговим нашаруванням зв'язних і незв'язних ґрунтів. До того ж, середній шар піску не є сталим по товщині, виклинується з потужності 4 м до 2,5 м. Інженерно-геологічні умови майданчика будівництва плити №3 показані на Рис. 3. Така основа не є однорідною в плані.

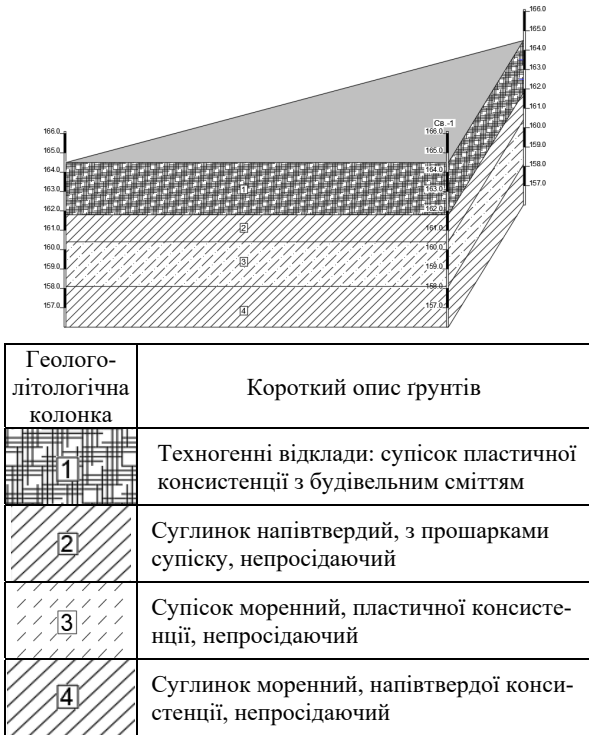


Рис.1.Інженерно-геологічний розріз майданчика будівництва № 1.  
Fig.1. Engineering-geological section of the construction site № 1.



Рис.2.Інженерно-геологічний розріз майданчика будівництва № 2.  
Fig.2. Engineering-geological section of the construction site № 2.

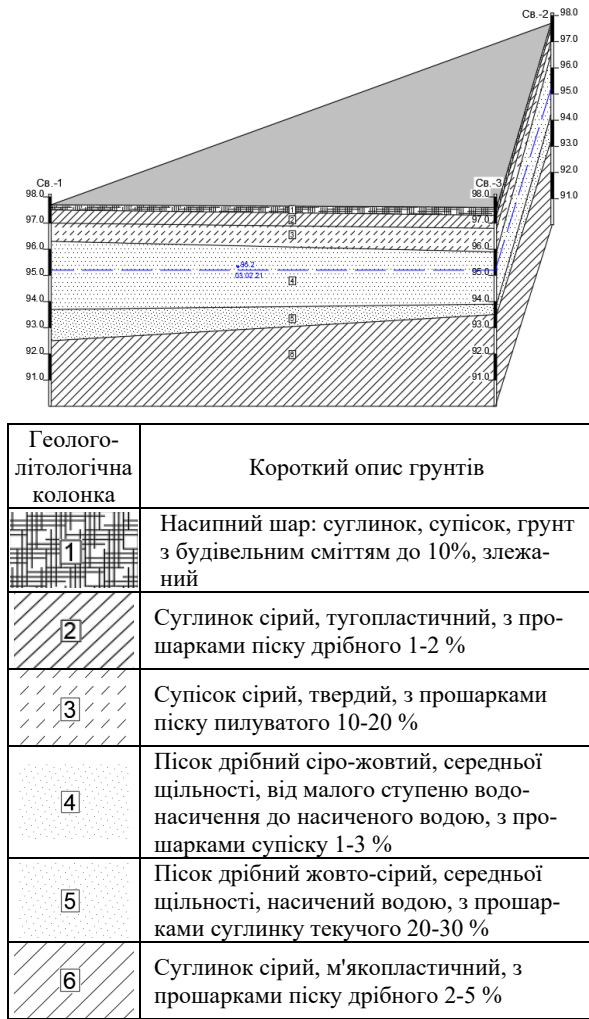


Рис.3.Інженерно-геологічний розріз майданчика будівництва № 3.  
Fig.3. Engineering-geological section of the construction site № 3.

Основні фізико-механічні характеристики ґрунтів основи для майданчиків будівництва плити № 1, плити № 2 та плити № 3 наведені в роботі [4] Табл. 3, Табл. 1 та Табл. 2 відповідно.

Характеристики напружено-деформованого стану фундаментної плити, що є об'єктом дослідження, отримані в програмно-обчислювальному комплексі ЛІРА САПР. Чисельні дослідження проведені, зокрема, для двох розрахункових моделей плити на пружній основі: модель Пастернака (*Метод 1*) [5] та модель Горбунова-Посадова (*Метод 2*) [6].

Модель Пастернака передбачає моделювання піддатливості основи двома коефіцієнтами жорсткості  $C1$  та  $C2$ , які визнача-

ються за осередненими (в межах зафіксованої глибини стискуваної товщі  $H_c$ ) значеннями модуля деформації  $E_{gr}$  та коефіцієнта Пуассона  $\mu_{gr}$  ґрунтової основи.

В моделі Горбунова-Посадова визначається лише один коефіцієнт жорсткості  $CI$  як відношення середнього тиску під подошвою фундаментів до величини осідання основи.

Кожна з цих моделей має як свої переваги, так і суттєві обмеження. На думку автора, головним критерієм вибору тієї чи іншої моделі є однорідність основи.

В рамках даного дослідження проведено аналіз збіжності результатів розрахунку плит по описаних вище методиках в залежності від однорідності інженерно-геологічних умов майданчиків забудови.

Аналіз збіжності здійснюється шляхом порівняння максимальної величини осідання плити, величини реакції пружної основи та зусиль в плиті, отриманих описаними вище методами. Відповідні результати для плити № 1, плити № 2 та плити № 3 наведено в Табл. 1, Табл. 2 та Табл. 3 відповідно.

Для порівняння також береться до уваги характер розподілу вертикальних переміщень (величини осідань) плити. Ізополя вертикальних переміщень плити, отриманих 1 методом розрахунку (модель Пастернака) та 2 методом розрахунку (модель Горбунова-Посадова) показані на Рис. 4, Рис. 5 та Рис. 6 для плити № 1, плити № 2 та плити № 3 відповідно.

Табл. 1. Екстремальні значення характеристик напружено-деформованого стану плити № 1  
Table 1. Extreme values of the characteristics of the stress-strain state of the slab № 1

	Абсолютне значення		Співвідношення в долях	
	Метод 1	Метод 2	Метод 1	Метод 2
$U_z, \text{мм}$	2,53	2,01	1	0,794
$R_z, \text{т/м}^2$	1,53	2,47	1	1,614
$M_x, (\text{т}\cdot\text{м})/\text{м}$	0,09	0,886	1	9,844
$M_y, (\text{т}\cdot\text{м})/\text{м}$	0,09	0,886	1	9,844
$M_{xy}, (\text{т}\cdot\text{м})/\text{м}$	0,005	0,047	1	9,4

Табл. 2. Екстремальні значення характеристик напружено-деформованого стану плити № 2  
Table 2. Extreme values of the characteristics of the stress-strain state of the slab № 2

	Абсолютне значення		Співвідношення в долях	
	Метод 1	Метод 2	Метод 1	Метод 2
$U_z, \text{мм}$	6,14	4,45	1	0,725
$R_z, \text{т/м}^2$	1,59	2,74	1	1,723
$M_x, (\text{т}\cdot\text{м})/\text{м}$	0,256	1,38	1	5,39
$M_y, (\text{т}\cdot\text{м})/\text{м}$	0,359	1,47	1	4,095
$M_{xy}, (\text{т}\cdot\text{м})/\text{м}$	0,033	0,081	1	2,455

Табл. 3. Екстремальні значення характеристик напружено-деформованого стану плити № 3  
Table 3. Extreme values of the characteristics of the stress-strain state of the slab № 3

	Абсолютне значення		Співвідношення в долях	
	Метод 1	Метод 2	Метод 1	Метод 2
$U_z, \text{мм}$	3,13	2,39	1	0,764
$R_z, \text{т/м}^2$	1,58	2,52	1	1,595
$M_x, (\text{т}\cdot\text{м})/\text{м}$	0,103	1,14	1	11,068
$M_y, (\text{т}\cdot\text{м})/\text{м}$	0,110	1,14	1	10,364
$M_{xy}, (\text{т}\cdot\text{м})/\text{м}$	0,045	0,076	1	1,689

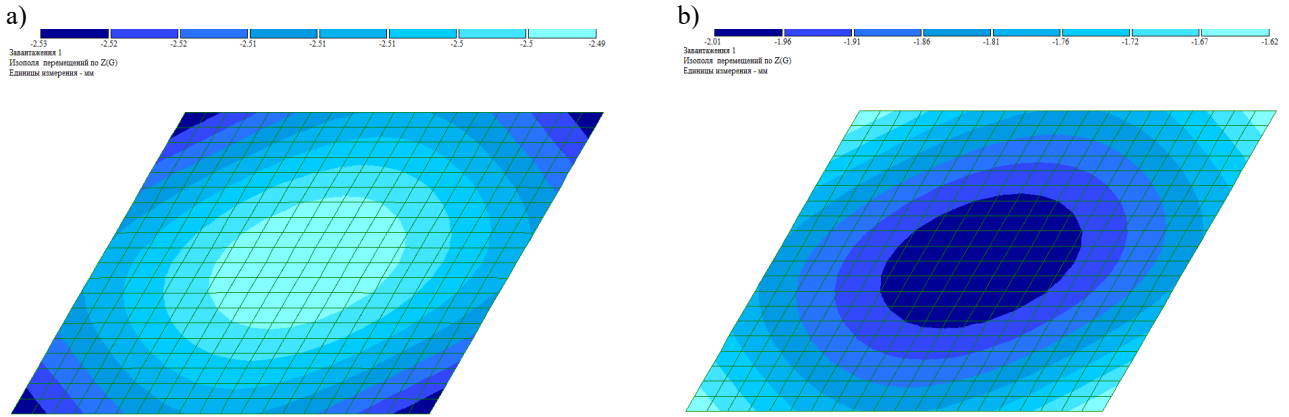


Рис.4. Ізополя переміщень по  $z$  (осідання) плити №1: *a)* 1 метод розрахунку (модель Пастернака); *b)* 2 метод розрахунку (модель Вінклера).  
 Fig.4. Isopoles of displacements along  $z$  (subsidence) slab №1: *a)* 1 calculation method (Pasternak model); *b)* 2 calculation method (Winkler model).

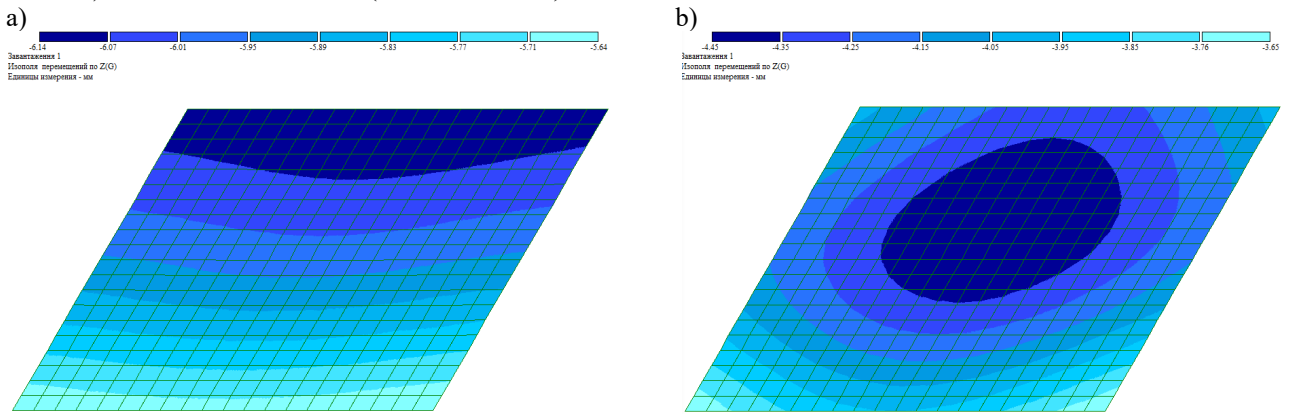


Рис.5. Ізополя переміщень по  $z$  (осідання) плити № 2: *a)* 1 метод розрахунку (модель Пастернака); *b)* 2 метод розрахунку (модель Вінклера).  
 Fig.5. Isopoles of displacements along  $z$  (subsidence) slab № 2: *a)* 1 calculation method (Pasternak model); *b)* 2 calculation method (Winkler model).

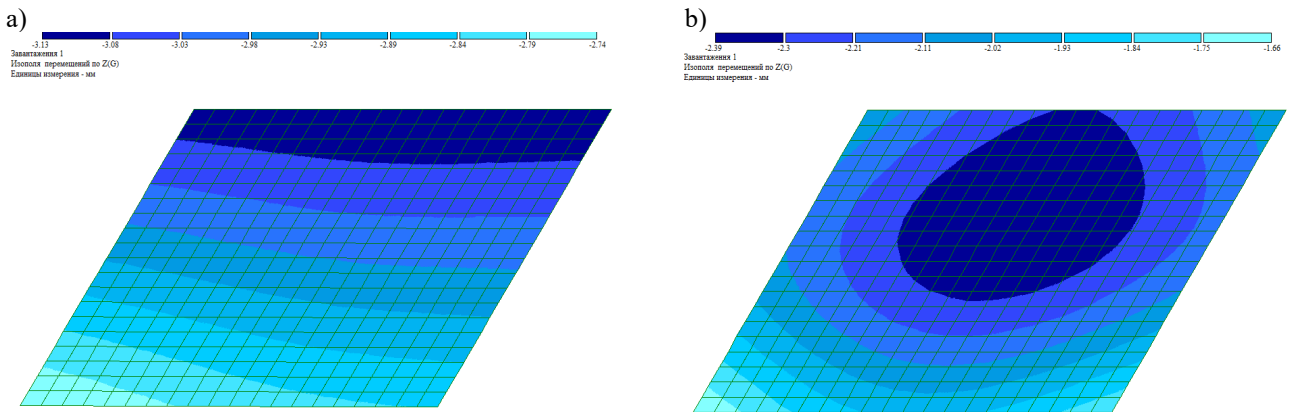


Рис.6. Ізополя переміщень по  $z$  (осідання) плити № 3: *a)* 1 метод розрахунку (модель Пастернака); *b)* 2 метод розрахунку (модель Вінклера).  
 Fig.6. Isopoles of displacements along  $z$  (subsidence) slab № 3: *a)* 1 calculation method (Pasternak model); *b)* 2 calculation method (Winkler model).

Як видно з Рис. 4 – 6, ізополя розподілу осідань, отримані для моделі Пастернака і для моделі Горбунова-Посадова, кардинально різняться між собою для 2-ї та 3-ї плити. Це окреслює область застосування моделі Пастернака лише однорідною в плані основою, що складена шарами сталої товщини.

Збіжність характеру розподілу осідань спостерігається лише для плити №1, тобто у випадку однорідної основи.

При цьому величини зусиль в плиті, отриманих за 1-м і за 2-м методом суттєво відрізняються навіть для 1-ї плити, тобто при однорідній основі.

### ВИСНОВКИ ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ

В даній роботі проведені чисельні дослідження розрахункової моделі плити на пружній основі при різних варіантах на шарувань ґрунтів основи. Для кожного варіанту інженерно-геологічних умов проаналізовано збіжність характеристик напружено-деформованого стану плити, отриманих за двома методиками визначення коефіцієнтів жорсткості.

Підсумовуючи проведені дослідження, можна сказати, що розрахункова модель плити на пружній основі має ряд незаперечних переваг, зокрема простота реалізації, адаптованість до чисельних методів розрахунку і, головне, можливість включати ґрунтову основу в розрахункову модель конструкції. Проте, питання вибору коефіцієнтів жорсткості основи залишається, на думку автора, відкритим.

Вбачається перспективною розробка окремої методики визначення коефіцієнтів жорсткості вільної від окреслених вище обмежень. На думку автора, така методика може базуватись на фізичному змісті коефіцієнтів жорсткості – відношення тиску на поверхню ґрунту до величини спричиненого ним осідання. Величину осідання при цьому визначати шляхом окремого розрахунку основи як неоднорідного півпростору методами теорії пружності.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Коляскина С.А. Исследование влияния вариантов расчета грунтового основания и методов расчета коэффициентов постели на напряженно-деформированное состояние здания / С.А. Коляскина, П.И. Егоров // *Ученые заметки ТОГУ*. – 2014. – т. 5. №2. – С. 21-34.
2. Федоров Д.А. Численное исследование задачи совместного расчета конструкций с основаниями по реализациям в вычислительных комплексах SCAD и «ЛИРА» / Д.А. Федоров, К.Г. Мокляк // *Известия высших учебных заведений. Строительство*. – 2011. – №12. – С. 97-104.
3. Кожанов Ю.А. Анализ напряженно-деформированного состояния железобетонной конструкции с учетом основания / Ю.А. Кожанов, А.Г. Ефименко, В. А. Загильский, А. П. Якубенко // *Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури*. – 2013. – №8 (185). – С. 42-47.
4. Жупаненко І.В. Чисельний аналіз методів розрахунку ґрунтової основи та методів визначення коефіцієнтів постелі. / І.В. Жупаненко // *Основи і фундаменти: Міжвідомчий науково-технічний збірник*. – К.: КНУБА. – 2020. – Вип. 41. – С. 64-71.
5. Пастернак П.Л. Основы нового метода расчета фундаментов на упругом основании при помощи двух коэффициентов постели. – М.: Гос. изд-во литературы по строительству и архитектуре, 1954. – 56 с.
6. Горбунов-Посадов М.И. Расчет конструкций на упругом основании/ М.И. Горбунов - Посадов, Т.А. Маликова, В. И. Соломин. – М.:Стройиздат, 1984. – 679 с.
7. Боговис В.Е. ЛИРА 9.4. Примеры расчета и проектирования: учебн. пособие / В.Е. Боговис и др. – Киев: ФАКТ, 2008. 280 с

### REFERENCES

1. Kolyasina S.A., Egorov P.I. (2014). Issledovanie vliyaniya variantov rascheta gruntovogo osnovaniya i metodov rascheta koehfficientov posteli na napryazhenno-deformirovannoe sostoyanie zdaniya [Study of calculation options influence of a ground base and methods for calculation of subgrade coefficients to deflected mode of a building]. *Uchenye zametki TOGU*, V. 5. №2, 21-34. (in Russian).

2. Fedorov D.A., Moklyak K.G. (2011). Chislennoe issledovanie zadachi sovместnogo rascheta konstrukcij s osnovanijami po realizacijam v vychislitel'nykh kompleksakh SCAD i «LIRA» [Numerical research of problem united calculation constructions with foundation by realizations in computing systems SCAD and LIRA]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenij. Stroitel'stvo*, 12, 97-104. (in Russian).
3. Kozhanov Y.A., Efimenko A.G., Zagil'skiy V.A., Yakubenko A. P. (2013) Analiz napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya zhelezobonnoj konstrukcii s uchetom osnovaniya [Analysis of the stress-strain state of the reinforced concrete structure with the subgrade]. *Visnik Pridniprov's'koї derzhavnoї akademii budivnictva ta arkhitekturi*, 8(185), 42-47. (in Russian).
4. Zhupanenko I.P. (2020). Chyselnyi analiz metodiv rozrakhunku gruntovoi osnovy ta metodiv vyznachennia koefitsientiv posteli [Numerical analysis of methods for calculating the soil base and methods for determining bed coefficients]. *Osnovu i fundamenti: Mizhvidomchyj naukovotekhnichnyj zbirnyk*. Kyiv: KNUBA, 41, 64-71 (in Ukrainian).
5. Pasternak P.L. (1954) Osnovy novogo metoda rascheta fundamentov na uprugom osnovanii pri pomoshchi dvukh koehfficientov posteli [Fundamentals of a new method of calculating foundations on an elastic base using two bed coefficients], 56. (in Russian).
6. Gorbunov-Posadov M.I., Malikova T.A., Solomin V.I (1984). Raschet konstrukcij na uprugom osnovanii [Calculation of structures on an elastic base], 679. (in Russian).
7. Bogovis V.E. (2008) LIRA 9.4. Primery rascheta i proektirovaniya: uchebnoe posobie [LIRA 9.4. Examples of calculation and design], Kiev: FAKT, 280. (in Russian).

### **Numerical study of the convergence of methods for determining bed coefficients under different geological conditions of the base**

*Iryna Zhupanenko*

**Summary.** Despite the significant development of numerical modeling of the joint work of above-ground structures with the ground base, today the most popular in the community of design engineers is the calculation model of the slab on an elastic basis.

This is primarily due to the simplicity of the implementation of such a model and the possibility of a comprehensive calculation of the base-foundation system.

The key step in calculating the model of the slab on an elastic basis is to determine the coefficients of flexibility of the base.

In this paper, with the help of software and computer system LIRA CAD 2016 conducted a study of methods for determining the stiffness coefficients of the bed under different variants of soil conditions.

The study was implemented by numerical analysis of the characteristics of the stress-strain state (the amount of subsidence, reactive pressure and force) in a square in terms of evenly loaded foundation slab under different engineering and geological conditions of the construction site.

Considered:

1) homogeneous in plan base, composed of a finite number of linearly deformed layers of constant thickness;

2) homogeneous in plan base, composed of layers of constant thickness, one of which is a loess subsidence;

3) inhomogeneous base, composed of alternating layers of cohesive and incoherent soils, one of which is not constant in thickness.

The convergence of the absolute values of the controlled parameters obtained for the model with two stiffness coefficients (Pasternak model), which for multilayer soils are determined by the values of the modulus of deformation and Poisson's ratio averaged within the depth of compressible thickness and for the model with one variable in terms stiffness coefficient (Gorbunov-Posadov model).

The results of the study show that the scope of the two-parameter Pasternak model (which is more correct than the one-parameter Gorbunov-Posadov model) is limited to a homogeneous single- or multilayer soil base, provided that the soil layers are of constant thickness. Instead, the Gorbunov-Posadov model allows to calculate inhomogeneous bases and soils with special properties (sieving). However, this model does not allow to take into account the spatial work of the soil and the mutual influence of load areas.

**Key words.** Foundation slab, elastic slab, stiffness coefficients, numerical modeling.