Прогнозування оцінки граничного стану підсилених фундаментів

Алла МОРГУН[1], Іван МЕТЬ[2], Дмитро ЗАПИСОВ[3], Андрій КОЛЕСНИК[4]

Вінницький національний технічний університет
95, Хмельницьке шосе, Вінниця, Україна, 21000,

[1]morgunallaS @gmail.com, orcid.org/ 0000-0002-4701-339X
[2]met@vntu.edu.ua, orcid.org/0000-0003-0568-730X
[3]dzapisov@gmail.com
[4]andrey.enginer@gmail.com

DOI: 10.32347/0475-1132.50.2025.174-184

Анотація. Тема прогнозування несучої спроможності фундаментних конструкцій є актуальна для всієї будівельної галузі, яка грає найголовнішу роль у всіх галузях країни. Метою роботи є удосконалення математичного апарату числового методу граничних елементів в прикладних дослідженнях поведінки під навантаженням підсилених фундаментів.

Механіка ґрунтів слугує теоретичною основою для розрахунків при виборі типу та розмірів фундаменту будівлі, а також при проектуванні ґрунтових споруд. Тому рівень розвитку механіки ґрунтів суттєво впливає на економічність та надійність прийнятих рішень. Інженери-проектувальники при необхідності врахування взаємодії споруди з ґрунтом стикаються з великою невизначеністю, емпірикою. Оскільки ґрунти – це дисперсні утворення, вони характеризуються значною неоднорідністю будови, суттєвою залежністю їх характеристик від рівня зовнішніх впливів, це природна субстанція.

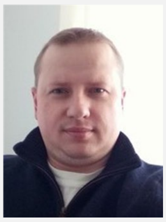
В якості методу аналізу поставленої задачі використано сучасний числовий МГЕ, який дозволяє різко підняти рівень адекватності проектного рішення, удосконалити розрахункову схему. До практичної цінності проведених досліджень слід віднести достовірну картину графіка «навантаження-осідання» , отриманого за МГЕ для дисперсних ґрунтів будівельного майданчика для аналізу прогнозу безпечного граничного стану будівлі на підсилених фундаментах. Сучасний стан розвитку механіки ґрунтів характеризується активним переходом до нових розрахункових моделей, які більш повно відображають реальні дисперсні властивості ґрунтів. Досвід проектування фундаментних конструкцій з залученням числового МГЕ корисний для інженерів, студентів та аспірантів будівельних спеціальностей, що працюють в області механіки ґрунтів та її практичних прикладань.

Ключові слова. Напружено-деформований стан, несуча спроможність, числовий метод граничних елементів, фундаментальне рішення, дискретизація.

Алла МОРГУН
професор кафедри
будівництва, міського господарства
та архітектури
д.т.н., проф.

Іван МЕТЬ
декан ФБЦЕІ ВНТУ
к.т.н., доц.

Дмитро ЗАПИСОВ
аспірант кафедри
будівництва, міського господарства
та архітектури



Андрій КОЛЕСНИК
аспірант кафедри
будівництва, міського господарства
та архітектури

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

В сучасному міському будівництві домінує багатоповерхове житлове будівництво з чіткою тенденцією до збільшення поверховості будівель, яке піднімає навантаження на основи до 1 МПа. Несучим остовом таких будівель є каркас з монолітного залізобетону, робота якого з основами, з точки зору раціонального проектування, вивчена недостатньо. Тому сучасний проект споруди потребує тісної співпраці конструктора та геотехніка ще на етапі архітектурного вирішення з метою уникнення помилок, пов'язаних з недостатнім врахуванням властивостей ґрунтів. Успішне рішення задачі потребує використання новітніх інструментів розрахунку системи «будівля-фундамент-основа» з залученням пружно-пластичних моделей основи. Урахування сумісної роботи системи «будівля-фундамент-основа» є одним з основних принципів проектування основ і фундаментів в сучасних нормативних документах (ДБН В.2.1-10:2018, 2018), які включають прямі вказівки по необхідності проведення сумісних розрахунків. Адже будівля в процесі свого існування знаходиться в постійному контакті та взаємодії з ґрунтовою основою, тому надійне та економічне проектне вирішення споруди може дати аналіз її напружено-деформованого стану (НДС), отриманий при дослідженні роботи системи «будівля-фундамент-основа» в цілому.

Завдяки розвитку інформаційних технологій та напрацювання проектних комплексів для розрахунку системи «будівля-основа-фундамент» в сучасній геомеханіці одним із основних напрямків досліджень є удосконалення математичних моделей ґрунтових основ з метою забезпечення безаварійних ситуацій при будівництві та експлуатації будівель та споруд. Надійність проектних рішень і їх ефективність залежить від методів розрахунку основ і фундаментів, оскільки на основу впливають не тільки природні фактори, а також техногенні та антропогенні впливи.

Зараз ЕОМ виступає незмінним інструментом, без якого немислима робота інженера-будівельника. В першу чергу це програми для підготовки креслень та, звичайно, розрахункові програмні комплекси (ПК).

Сучасні числові методи розрахунків є своєрідним мостом між теорією споруд та механікою твердого деформованого тіла з однієї сторони та потребами практики проектування з іншої. Серед методів розрахунку конструкцій з використанням ЕОМ слід виділити основну групу – це числові методи скінчених елементів для розв'язання крайових задач будівельної механіки та механіки деформованого тіла: метод скінченних елементів (МСЕ), метод граничних елементів (МГЕ) , а також їх модифікації.

Ці методи пропонують розглядати систему із 15 диференційних рівнянь в частинних похідних одним із двох підходів.

Перший підхід до розв'язання крайової задачі базується на використанні МСЕ, відповідно до якого суцільне середовище розбивається, згідно ідеї Пуассона, на ряд елементів, які можна розглядати як окремі частини. Даний метод базується на варіаційних принципах. В МСЕ в формі переміщень шуканими функціями є переміщення, які визначаються із умови мінімуму функціоналу Лагранжа. Вибір саме цієї форми пояснюється простотою її алгоритмізації і фізичної інтерпретації, наявністю єдиних методів побудови матриць жорсткості і векторів навантажень для різних типів скінченних елементів, можливістю врахування довільних граничних умов і складної геометрії конструкції, що розраховується.

Альтернативним числовим методом є МГЕ, який використовує лише поверхневу дискретизацію дослідного об'єкту, тому для тривимірної задачі фундаментобудування це більш ефективний метод. МГЕ фактично став розвитком теорії потенціалу на основі сучасних методів апроксимації, що були удосконалені в рамках МСЕ. Розв'язок конкретних задач розрахунку конструкцій та підвалин з використанням МГЕ можливий при наявності відповідного фундаментального розв'язку (точної або наближеної функції Гріна).

Сучасне діагностування будівельних об'єктів засновано на наукових платформах, які швидко розвиваються і дозволяють удосконалювати розрахункові схеми, піднімати рівень їх адекватності.

На етапі дискретизації розміри сітки скінченних елементів зазвичай приймаються на основі двох попередніх розрахунків з послідовним згущенням триангуляційної сітки. Це дає можливість отримати уяву про точність числового розрахунку. Відносна похибка результатів розрахунку з попередніми розмірами сітки, та наступними (згущення в 1,5 рази) не має перевищувати 1 %. Прийнята дискретна розрахункова схема обумовлювала знаходження НДС об'єкту з рішень системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) високого порядку. Корені СЛАР дають переміщення у вузлах скінченних елементів, а по них знаходиться решта компонент НДС та несуча спроможність фундаменту.

Механіка ґрунтів слугує теоретичною основою для розрахунків при виборі типу та розмірів фундаменту будівлі, а також при проектуванні ґрунтових споруд. Тому рівень розвитку механіки ґрунтів суттєво впливає на економічність та надійність прийнятих рішень. Інженери-проектувальники при необхідності врахування взаємодії споруди з ґрунтом стикаються з великою невизначеністю, емпірикою. Це пояснюється тим, що властивості конструкційних матеріалів і методи їх розрахунку розроблені краще. Оскільки ґрунти – це дисперсні утворення, вони характеризуються значною неоднорідністю будови, суттєвою залежністю їх характеристик від рівня зовнішніх впливів, це природна субстанція.

Сучасний етап розвитку механіки ґрунтів, в якій 95% деформацій ґрунту є незворотні, характеризується активним переходом до нових розрахункових моделей, які більш повно відображають реальні властивості ґрунтів. Це моделі теорії пластичної течії. Дисперсність ґрунту приводить до того, що його стан і властивості в даний момент залежать від попередньої історії його навантаження. Основу побудови моделі ґрунтів складає експериментальна інформація поведінки реального ґрунту. Разом з тим, модельні рівняння не повинні заперечувати законам збереження руху, маси, енергії.

Фундаменти є відповідальними конструкціями, які передають гравітаційне навантаження ваги споруди чи будівлі в таких межах, при яких забезпечуються експлуатаційна надійність як самої фундаментної основи, так і наземної частини будівлі.

МЕТА РОБОТИ

Основною метою розрахунку при проектуванні є отримання достовірної гарантії безпеки споруди за період її служби. Задача числового моделювання процесу навантаження фундаментної конструкції все ще є актуальною задачею сьогодення. Сучасні задачі проектування основ потребують аналізу НДС основ на всьому діапазоні навантаження аж до вичерпання несучої здатності.

Властивості конструкційних матеріалів вивчено краще і методи їх розрахунку розроблено повніше. Головною характерною особливістю поведінки ґрунтів є те, що їх деформування супроводжується пластичними деформаціями практично з самого початку їх навантаження.

Описання такої реальної поведінки ґрунтів здійснюється складними диференційними рівняннями, рішення яких можливе наближеними методами.

ОСНОВНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ

Сучасна геотехніка натепер інтенсивно розвивається, широке застосування отримали числові методи та нелінійні пружньо-пластичні моделі, які все більше застосовуються в проектній практиці будівництва. Один із шляхів вивчення ефекту нелінійності ґрунтового середовища – використання уявлень теорії пластичної течії, при цьому вводяться поправки, які диктують реологічні експерименти.

Насьогодні найбільш прогресивним і точним є використання рішень пружно-пластичної задачі механіки суцільного середовища.

Основні проблеми теорії пластичності – математичне формулювання співвідношень $\varepsilon - \sigma$ (фізичних рівнянь стану) та визначення кількісних критеріїв переходу до пластичності. Серед множини критеріїв текучості найбільш математично простий, практично прийнятний та достатньо точний є критерій текучості Мізеса-Шлейхера-Боткіна (Brebbia K, 1982; Бойко І. П.,1985), який і використано в роботі.

Поверхня текучості (критерій текучості) дає співвідношення між σ_m (I інваріантом T_σ) та σ_i (II інваріант девіатора напружень D_σ) на октаедричній площині і разом з рівняннями рівноваги забезпечує кількість рівнянь та кількість невідомих для замикання моделі.

Поверхня текучості вказує на те, що при пластичному стані ґрунту дотичне октаедричне напруження є функцією від нормального октаедричного напруження.

$$\tau_{окт} = f(\sigma_{окт}); \quad f(\sigma,\tau) = 0 \tag{1}$$

$$\begin{cases} f = T + \sigma_{окт}\, tg\psi - \tau_s = 0, & \sigma_{окт} \le p_0, \\ f = T + p_0\, tg\psi - \tau_s = 0, & \sigma_{окт} > p_0, \end{cases} \tag{2}$$

де T – інтенсивність дотичних напружень, $\sigma_{окт}$ – гідростатичний тиск, ψ – кут тертя на октаедричній площині, τ_s – параметр на октаедричній площині, аналогічний зчепленню, p_0 – величина гідростатичного тиску коли ґрунт працює як суцільне середовище.

Вектор деформацій ґрунтового масиву визначається за формулою:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{e} + \sum \varepsilon_{ij}^{p} + d\varepsilon_{ij}^{p} \cdot \delta_{ij} \tag{3}$$

Вектор пластичних деформацій

$$d\varepsilon_{ij}^{p} = d\varepsilon_{ij(шар)}^{p} + d\varepsilon_{ij(дев)}^{p} \tag{4}$$

де $d\varepsilon_{ij(шар)}^{p} = \Lambda(\chi)d\gamma^{p}$ (5)

– додаткова чисто кінематична, дилатансійна умова Ніколаєвського В. М. (Ніколаєвський В. М. , 1979), Бойка І. П. (Бойко І. П., 1985), використана в розрахунку замість вимоги ортогональності вектора $\vec{\varepsilon}^{p}$ до поверхні навантаження; Λ – коефіцієнт дилатансії; $d\gamma^{p}$ – приріст деформацій зсуву.

Положення рівноваги фундаментної конструкції базується на принципі максимуму Мізеса і постулаті Друкера.

Нехай задано розподіл швидкостей деформацій ε_{ij}, якому відповідає поле напружень σ_{ij}. Величина дисипації має вигляд:

$$D = \sigma_{ij} \cdot \varepsilon_{ij} \tag{6}$$

Для істинного напруженого стану потужність дисипації не менша ніж для будь-якого допустимого стану σ^{*}_{ij}, тому мають виконуватись нерівності:

$$\sigma_{ij} \cdot \varepsilon_{ij}^{p} \ge \sigma_{ij}^{*} \cdot \varepsilon_{ij}^{p} \quad \text{або} \qquad (\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^{*}) \cdot \varepsilon_{ij}^{p} \ge 0 \tag{7}$$

отже, робота по замкнутому шляху не від'ємна:

$$\oint (\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^{*}) \cdot d\varepsilon_{ij}^{p} \ge 0$$

Це доводить принцип не ввігнутості поверхні навантаження.

В роботі використано числовий МГЕ, який використовує принцип суперпозицій, тому його можна застосовувати як до лінійних систем, або до таких, що лінійні відносно приростів пластичних деформацій, або можуть бути апроксимовані такими. Таким чином, остання концепція розширює область прикладання методу граничних елементів на дуже багато технічних задач, що є актуальним для сучасних розрахунків.

Будівництву належить найважливіша роль в розвитку всіх галузей країни, в підвищенні продуктивності праці, підйомі матеріального благополуччя населення. Вивчення, удосконалення та аналіз досвіду будівництва для забезпечення успішного спорудження значних об'єктів потребує виконання великого комплексу наукових досліджень, які будуть надійною базою для розробки ефективних конструкцій фундаментів.

Проектування споруд неможливе без залучення сучасних методів математичного аналізу. В механіці ґрунтів широко застосовують моделі суцільних середовищ та теорію пластичної течії. Пластичні деформації в ґрунтах проявляються у вигляді значної зміни форми, а при наявності великих зон розвитку пластичних деформацій (граничного стану) розв'язання задачі в пружній постановці не відповідає дійсності. В роботі розглянуто питання деформування ґрунтів з залученням числового МГЕ, що є корисним для практичних прикладань.

Кількісною мірою методів прогнозування деформативних процесів будівельних конструкцій та їх ґрунтової основи є напруження та деформації. Для оцінки ступеня стійкості споруди доцільно порівняти деформації з гранично допустимими значеннями.

Поведінка суцільних тіл під навантаженням описується механікою континуальних середовищ і в ній зв'язок між мінеральними зернами такий же, як і міцність окремих зерен. Руйнування дисперсних матеріалів проходить в результаті накопичення пластичних залишкових деформацій, що в граничному стані викликає розрив суцільності масиву в формі взаємного проковзування його частинок. В ґрунтах від дії навантажень виникають деформації, які характерні і суцільним середовищам, так і деформації, які обумовлюються взаємним переміщенням окремих зерен ґрунту в поровий простір, що порушує структурні зв'язки між окремими частинками, а це одночасно порушує зміну об'єму і форми. Цей ефект дилатансії Рейнольдс відкрив ще в 1885 році.

Процес пластичної поведінки ґрунту представляє собою утримання слідів минулого стану, тобто, проявляється «спадковість», яку можна змоделювати диференційними рівняннями. В роботі рішення розрахункової системи диференційних рівнянь отримано числовим МГЕ. В МГЕ задача зводиться до розв'язку дискретного аналога – граничного інтегрального рівняння.

Як МСЕ так і МГЕ мають багато спільного, що видно із характеру апроксимацій, який в них використовуються. Апроксимуючі функції мають задовольняти всім граничним умовам задачі і мати необхідну ступінь неперервності. Точність апроксимації визначається осередненими інтегральними характеристиками функцій нев'язок, основна задача яких різницю між пробними функціями і точним рішенням задачі звести до мінімуму як всередині досліджуваної області, так і на її границі.

Загальним ідеям методу потенціалу (МГЕ) більше 100 років. Це роботи Бетті, Бусинеска, Самільяни, Фредгольма, Перутті (Brebbia K., 1982). Та складність цієї математичної теорії довго перешкоджала її застосуванню для рішення задач прикладної механіки. Необхідні були ще багаторічні наукові дослідження щоб метод потенціалів став сучасною стрункою та достатньо закінченою теорією.

Ґрунтова основа є невід'ємною складовою системи «будівля-фундамент-основа», найбільш уразливий її елемент, адже 90% аварійних ситуацій споруд завдячують саме його стану. По різноманіттю та мінливості ґрунти не мають аналогів серед матеріалів, які використовуються людиною.

В роботі для розв'язку крайової задачі рівноваги буронабивної палі в грунті залучено числовий метод граничних елементів (МГЕ), який передбачає перехід від крайової задачі до інтегрального співвідношення (8).

Фундаментальне рівняння рівноваги (рівняння стану), яке пов'язує потенціал «u» і потік «σ» на границі дослідного об'єкту , отримано К. Бреббія, на основі методу зважених нев'язок (Brebbia K., 1982):

$$c_{ij}\cdot u_j+\int_{\Gamma}p_{ij}^{*}u_j\,d\Gamma=\int_{\Gamma}u_{ij}^{*}p_j\,d\Gamma+\int_{\Omega}\dot{\sigma}^{*}\dot{\varepsilon}_{jk}^{p}\,d\Omega \quad (8)$$

c_{ij} – постійна, визначається із умов руху тіла як цілого. Інтеграл по області Ω в (8) включає вектор пластичних деформацій основи ε_p. Γ - гранична поверхня фундаментної конструкції, ξ – точка збурення (точка прикладання одиничної сили p=1), x – точка нагляду, Ω - границя трикутних осередків активної стиснутої зони ґрунту (Brebbia K., 1982; Моргун А.С., 2018).

Це граничне інтегральне співвідношення (8) відносно значень потенціалу «u» (переміщення в теорії пружності) і потоку «q» (напруження в теорії пружності) на границі. Саме ця обставина (взаємозв'язок на границі) привертає увагу дослідників до цього рівняння оскільки воно найбільш підходить для досліджень числовими методами.

Рішення граничних задач подають:

– як витікаючі із принципів взаємності (теореми Бетті, (Бреббія К, 1982);

– як рішення, отримані із методу зважених нев'язок (Mindlin R. D.,1936).

На основі теореми Бетті про взаємність робіт пов'язуються переміщення *w* всередині досліджуваної області ґрунту з навантаженнями і компонентами НДС на контурі (боковій поверхні і підошві фундаментної конструкції). Компоненти проміжного стану позначено зірочкою.

Кожний інтеграл рівняння стану (8) являє роботу узагальненої сили одного стану на відповідним їм переміщенням другого стану. Рівняння (8) дійсне для зосередженого навантаження, прикладеного в точці ξ_i на границі.

Для усереднення функції нев'язок по досліджуваній області Ω вводиться внутрішній добуток диференційного рівняння стану (в даній роботі – це рівняння Лапласа) на вагову функцію *w*:

$$\int_{\Omega} Z(u) w^{*} d\Omega = 0 \qquad (9)$$

де w^* – фундаментальне рішення, що вибирається в якості вагової функції, *u* – базисна функція, яка є шуканим рішенням.

Фундаментальні розв'язки (термодинамічна функція стану) дають значення потенціалу поля «*u*» та потоку «*q*» від дії на поле одиничного джерела. Фундаментальні розв'язки – це функції впливу Гріна. Розв'язки тривимірної пружної задачі тотожності Сомільяни були запропоновані Р. Міндліном (Mindlin R. D., 1936). Він отримав напруження і відповідні їм переміщення від дії зосереджених одиничних сил, прикладених всередині півпростору. Оскільки тиск від фундаментів в ґрунті прикладається не до поверхні ґрунту, а на деякій глибині всередині масиву ґрунту, саме ці рішення Міндліна в МГЕ обертають в нуль інтеграл по області, зводячи задачу до пошуку лише граничних функцій та понижують порядок задачі на одиницю.

Відправною точкою МГЕ є поняття того, що фактично для всіх комплексних рівнянь механіки суцільних середовищ в наявності рішення, що відповідають одиничним збуренням, прикладеним у внутрішніх точках однорідної необмеженої області. Це одиничні (фундаментальні) сингулярні рішення, чи функції Гріна. МГЕ дозволяє об'єднати такі рішення за допомогою принципу суперпозицій у високоефективну обчислювальну схему великої гнучкості.

В роботі використана теорія граничної рівноваги, в якій застосовуються рівняння рівноваги, а замість геометричних рівнянь залучено октаедричну теорію – критерій переходу ґрунту в пластичний стан.

В якості фізичних рівнянь використано неасоційований закон пластичної течії, який записується диференціальним рівнянням (10). Розвитку цього напряму сприяли роботи Друккера, Прагера. Ця теорія базується на принципі максимуму швидкості дисипації механічної роботи (принцип максимуму Мізеса), визначає приріст компонентів тензора пластичної деформації, пропорційних градієнту деякої функції F , яку називають пластичним потенціалом. Кінематичні співвідношення між σ – ε (неасоційований закон пластичної течії) або фізичні рівняння при пластичній течії мають наступний вигляд:

$$d\varepsilon_{ij}^{p} = d\lambda \frac{dF}{d\sigma_{ij}}, \qquad F \neq f, \qquad (10)$$

де F – пластичний потенціал, функція історії деформування; f – критерій переходу до пластичного стану; $d\lambda$ – (скалярний коефіцієнт простого навантаження, знаходиться в ході розв'язку пластичної задачі;

Відповідним вибором F забезпечується орієнтація вектора приростів пластичних деформацій $d\varepsilon_{ij}{}^{p}$ у відповідності з дослідними даними.

В силу того, що ε_{ij}^{p} залежить від усієї історії навантаження, залежність між σ – ε формулюється через прирости пластичних деформацій – це так звана інкрементальна теорія або теорія пластичної течії. Функцію напружень F в формулі (10) називають також пластичним потенціалом.

Пружним деформаціям властиве повне відновлення недеформованого стану після зняття навантажень. Окрім того, пружні деформації залежать лише від величини напружень і не залежать від історії навантаження. Будь-яка деформація, яка виникає як відповідна реакція матеріалу на прикладені навантаження і не відповідає класичним законам теорії пружності (закону Гука) – це незворотна пластична деформація.

Для визначення незворотніх залишкових деформацій ґрунту - формозміни і об'єму залучено дилатансійну теорію В.М. Ніколаєвського, І.П. Бойка (Ніколаєвський В. М., 1979; Бойко І. П., 1985) та покрокового ітераційного алгоритму навантаження за О. А. Ільюшиним способу розв'язку нелінійних задач. Метод пружних рішень (Ільюшин, 1948 р.) в своїй основі є методом лінійних наближень. Оскільки зв'язок $\sigma - \varepsilon$ для ґрунтових основ не носить лінійного характеру визначення постійних лінійної пропорційності обмежувалось умовами нескінченно малих змін $d\sigma$ і відповідних їм $d\varepsilon$.

Таким чином, процес пластичного деформування ґрунту складався із рекурентної послідовності лінійних задач і до рівнянь рівноваги додавались ще два додаткові:

- для розмежування зон пружного та пластичного стану ґрунту і формуванні умови початку пластичності введено критерій переходу до граничного стану (рівняння для інваріантів $T\sigma$, тобто умову граничної рівноваги (2));
- неасоційований закон пластичної течії (10).

Перше рівняння (2) визначало миттєву поверхню текучості, друге рівняння (10) визначало орієнтацію в тій же точці вектору швидкостей приростів пластичних деформацій.

Залишкові пластичні деформації визначались:

$$\varepsilon^{\mathrm{p}} = \sum d\,\varepsilon^{\mathrm{p}} + \mathrm{d}\,\varepsilon^{\mathrm{p}} \cdot \delta \tag{11}$$

де $\sum d\,\varepsilon^{\mathrm{p}}$ - сума приростів пластичних деформацій на попередніх кроках навантаження, δ - дельта Кронекера. Приріст пластичних деформацій девіаторних напружень:

$$d\,\varepsilon^{\mathrm{p}}_{\text{девіаторне}} = \mathrm{D_{ij}} \cdot d\lambda \tag{12}$$

Приріст пластичних деформацій шарового тензора напружень:

$$d\,\varepsilon^{\mathrm{p}}_{\text{шарове}} = \Lambda(\chi)\mathrm{d}\gamma^{\mathrm{p}}\,, \tag{13}$$

де Λ - коефіцієнт дилатансії, $d\gamma^{p}$ – приріст деформацій зсуву.

Ґрунти, як відомо, навіть за незначних тисків отримують незворотні пружно-пластичні деформації, які залежать від історії навантаження. К. Бреббія (Brebbia K., 1982) на основі методу зважених нев'язок отримано фундаментальне рівняння рівноваги ґрунту в інтегралах, яке встановлює співвідношення між зусиллями та переміщеннями на границі палі (8):

$$c_{ij}u_j + \int_{\Gamma} \rho^{*}{}_{ij}u_{ij}\,d\Gamma = \int_{\Gamma} u_{ij}{}^{*}\rho_i\,d\Gamma + \int_{\Omega} \dot{\sigma}^{*}\,\dot{\varepsilon}^{p}_{jk}\,d\Omega$$

де u – заданий вектор переміщень на границі палі; p – шуканий вектор напружень на поверхні досліджуваного об'єкта; u^*, p^*, σ^* – ядра граничного рівняння, фундаментальні розв'язки Міндліна (Mindlin R. D., 1936) для переміщень, напружень та похідних від напружень від дії $P = 1$ в середині пружної півплощини; інтеграл по області Ω в рівності (8) включає вектор пластичних деформацій основи ε_p; c_{ij} – матриця, що визначалась з умов руху тіла як цілого. Γ, ξ, x – відповідно границя палі, точка збурення, точка нагляду (Бреббія К, 1982).

Для числової реалізації рівності (8) дискретизувалась лише поверхня стикання фундаменту та ґрунту, оскільки розв'язок Р. Міндліна автоматично задовольняє граничні умови на вільній від напружень поверхні півпростору. Границя Γ розбивалась на ряд граничних лінійних елементів, очікувана зона деформацій дискретизувалась трикутними осередками.

Рівняння (8) записувалось в дискретній формі для кожного вузла ξ границі Γ (14):

$$c(\xi_i)\dot{U}(\xi_i) + \sum_{j=1}^{N}\Big(\int_{\Gamma} P^{*}\Phi^{T}d\Gamma\Big)\dot{U}^{N} = \sum_{j=1}^{N}\Big(\int_{\Gamma} U^{*}\Phi^{T}d\Gamma\Big)\dot{P}^{N} + \sum_{k=1}^{M}\Big(\int_{\Gamma} \dot{\sigma}^{*}\Phi^{T}d\Omega\Big)\varepsilon^{p(k)}$$

де i – граничний вузол, що розглядається; j – номер граничного вузла, який впливає на вузол і (вплив враховується окремим коефіцієнтом); k – номер внутрішнього осередку, що впливає на вузол i.

Рівняння (14) можна записати у матричній формі (15).

Інтеграли по кожному граничному елементу обчислювались за схемами числового інтегрування двовимірних квадратур Гаусса (Brebbia K., 1982):

$$H_{ij} = \int_{\Gamma j} q^* d\Gamma = J \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} (p^*)_k w_i w_j, \quad G_{ij} = \int_{\Gamma j} u^* d\Gamma = J \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} (u^*)_k w_i w_j \qquad (15)$$

де

$$H_{ij} = \begin{Bmatrix} H_{ij}, i \neq j \\ H_{ij} + C_i, i = j; \end{Bmatrix}$$

w_i, w_j – вагові коефіцієнти при числовому інтегруванні; J – якобіан переходу від місцевої до глобальної системи координат, для лінійного граничного елемента $J=l_i/2$.

Інтеграл по внутрішніх осередках ґрунту Ω обраховувався за схемою напіваналітичного інтегрування, запропонованого Ж. Теллесом, К. Бреббія (Brebbia K., 1982) з використанням формули Хаммера:

$$\int_{\Omega} \sigma^* \Phi^T d\Omega = \sum_{k=1}^{K} (\sigma^* \Phi^T)_k W_k J_k, \qquad (16)$$

де J_k – якобіан перетворення системи координат; W_k – вагові коефіцієнти методу Хаммера.

В використані математичній моделі ρ^{cr} залежало від гідростатичного тиску σ_m, параметра P_0 та мінімального і максимального значення щільності ґрунту (Бойко І. П., 1985; Моргун А.С., 2018):

$$\rho^{cr} = f(\sigma_m, P_0, \rho_{\min}, \rho_{\max}). \qquad (17)$$

В якості параметра зміцнення в розрахунковій моделі прийнято щільність ґрунту. Величина поточного значення щільності ґрунту на кожному кроці навантаження визначалась з формули:

$$\rho_i = \rho_0 / e^{\varepsilon_v} \qquad (18)$$

$$\varepsilon_v = ln V_i / V_0 \qquad (19)$$

де ε_v – об’ємні деформації, для запису яких використано міру деформації Генкі; ρ_i, V_i – поточне значення щільності та об’єму на i-му кроці навантаження; ρ_0, V_0 – початкові їх величини.

Умова Мізеса-Шлейхера-Боткіна (2) є граничною поверхнею для ґрунтового масиву, на ній здійснюється умова стрибка тангенсійних компонент швидкостей зміщень.

Застосована математична модель враховує сукупність таких реальних властивостей природних ґрунтів, як дискретність побудови, розривність, нелінійність деформування.

Для числової реалізації на ЕОМ математична модель (8) дискретизувалась, приводилась до скінченно мірної. Дискретизувалась лише гранична поверхня палі (згідно специфіки МГЕ) та активна зона навколо пальового ґрунту.

В геологічній будові будівельний майданчик (Лапшин Ф.К., 1978) складався із просідаючих суглинків та глин із середньозваженими характеристиками: E= 16.33 МПа, ν = 0.437, ρ=1.92 г/см^3, C=1.26 МПа, φ=1.26 радіан.

Практика розрахунків показала, що достатньо хороші результати отримано коли фізичні залежності описуються постійними елементами. Функції u і q в цьому випадку призначаються в центральній точці і мають постійне значення по довжині граничного елемента. Постійні граничні елементи дають прийнятну точність і не потребують значних зусиль з точки зору числової реалізації.

Для раціонального проектування нульового циклу споруди при наявності просідаючих ґрунтів застосовано буронабивні палі, в основу вибору було покладено менша трудомісткість та кошторисна вартість фундаментів споруди. Нормативний опір паль визначався при осіданні 4 см (Лапшин Ф.К., 1978).

З урахуванням достатнього заглиблення паль у непросідаючий грунт (1-1,5 м. згідно нормативних документів) довжину паль прийнято L=9.3 м., діаметр стовбура D = 1 м.

Для підсилення несучої здатності буронабивної палі були використані також буронабивні палі з розширенням в області п'яти D = 1.8 м. З метою підтвердження достовірності розрахунків їх несучої спроможності і аналізу можливих післядій буронабивні палі з розширенням і без нього були експериментально досліджені (Лапшин Ф.К., 1978) на вертикальне навантаження показано на Рис. 1.

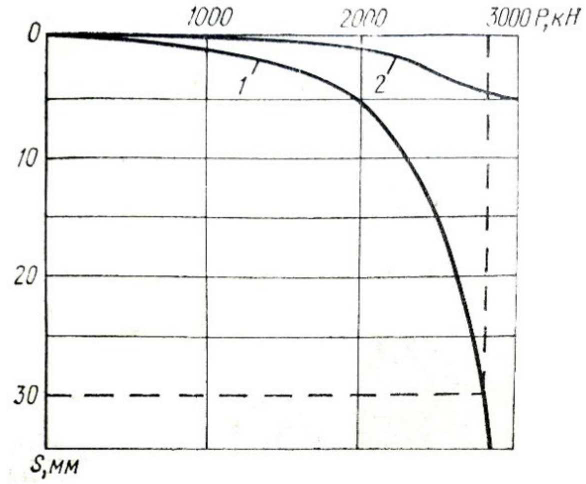


Рис. 1. Експериментальні графіки статичних досліджень паль (Лапшин Ф.К., 1978)
Fig. 1. Experimental graphs of static pile studies (Лапшин Ф.К., 1978)

Згідно наведеної математичної моделі (8-19) проведено за МГЕ прогноз поведінки під вертикальним навантаженням буронабивної палі L= 9.3 м. з розширенням і без нього. Палі занурені в щільні ґрунти на 1 м.

Результати числового прогнозування несучої спроможності буронабивних паль без розширенням та з розширенням за МГЕ згідно наведеної методики подано на Рис. 2.

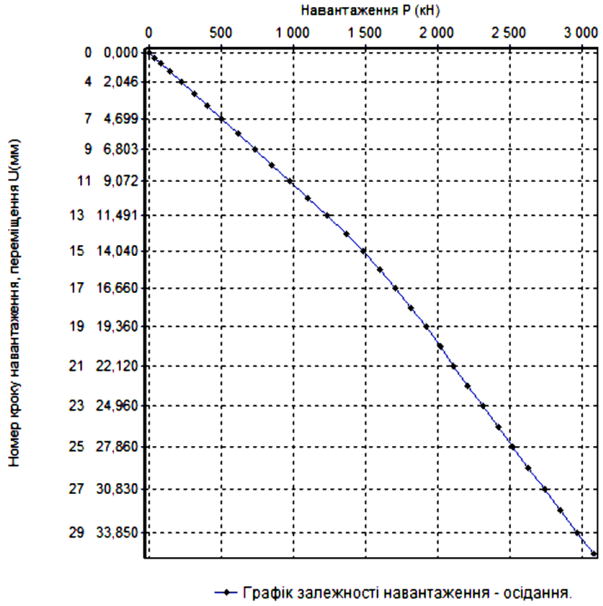
Згідно даних досліджень (Рис.1, графік 1) незатухаючі деформації палі без розширення виникають при s=34 мм, P=3000 кН.

Розрахунок за МГЕ P=3000 кН фіксує при s=33,85 мм показано на Рис. 2а.

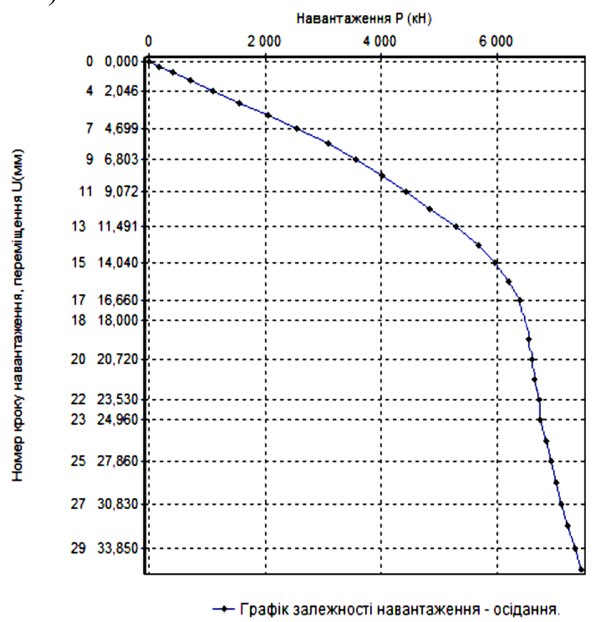
Паля з розширенням в експерименті до зриву не доведена, а при s=5 мм експеримент зафіксував P=3000 кН як видно з Рис.1, графік 2.

Числовий розрахунок за МГЕ представлено на Рис. 2б при s=5 мм відображає такі ж показники P=3000 кН.

Згідно прогнозу за МГЕ втрата несучої спроможності палі з розширенням при s=40 см фіксує P=7600 кН.



а)



б)

Рис. 2. Числові дослідження за МГЕ бурової палі L= 9.3 м.: а) без розширення, б) з розширенням
Fig. 2. Numerical studies using MGE of a bored pile L= 9.3 m: a) without expansion, b) with expansion

ВИСНОВКИ ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ

1. Запропонована модель на кожному кроці навантаження враховує зміну НДС основ, поверхню текучості, шлях навантаження, історію деформування, дилатансію та контрактацію ґрунту.
2. Отримані за МГЕ рішення прийнятні для практичного використання, оскільки вони відповідають даним експериментальних досліджень.
3. Результати числових досліджень за МГЕ відповідають експерименту, вказаному а Рис. 2,а,б.
4. Аналіз графіків числових досліджень свідчать, що при малих навантаженнях спостерігається практично лінійна залежність P-S. При збільшенні навантаження графік стає нелінійним в результаті накопичення в ґрунті залишкових пластичних деформацій в стиснутій активній зоні навколо пальового ґрунту.
5. Врахування нелінійності роботи ґрунту забезпечує відповідність числових досліджень даним експерименту та дозволяє приймати економічні рішення.

ЛІТЕРАТУРА

1. Основи та фундаменти споруд. Основні положення: ДБНВ.2.1–10:2018. (2018) [Чинний від 2019.01.01]. К.: Мінрегіон України
2. Brebbia K. (1982) *Applications of MGE in engineering.* S. Walker.
3. Бойко І. П. (1985) Теоретичні основи проектування пальових фундаментів на пружньо-пластичній основі. *Основи та фундаменти: Науково-технічний збірник*, 18, 11–18.
4. Ніколаєвський В. М.(1979) Дилатансія та закони незворотнього деформування ґрунтів *Основи фундаменти та механіка ґрунтів: Збірник*, 5, 29-31.
5. Mindlin R. D. (1936) *Force at a point in the interior of a semi-infinite solid*. Physics.
6. Моргун А.С. (2108) *Деформативність грунту при пластичній формозміні та дилатансії*. Вінниця: ВНТУ.
7. Лапшин Ф.К., & Потапов С.Н. (1978) Досвід проектування та улаштування фундаментів промислового корпусу із бурових паль. *Основи фундаменти та механіка ґрунтів: Збірник*, 5.

REFERENCES

1. Osnovy ta fundamenty sporud. Osnovni polozhennia: DBNV.2.1–10:2018. (2018) – [Chynnyi vid 2019.01.01]. – K.: Minrehion Ukrainy, 36 (in Ukrainian).
2. Brebbia K. (1982) *Applications of MGE in engineering.* S. Walker.
3. Boyko I (1985) Teoretychni osnovy proektuvannya pal′ovykh fundamentiv na pruzhn′o-plastychniy osnovi [Theoretical foundations of the design of pile foundations on an elastic-plastic basis]. *Osnovy ta fundamenty: Naukovo-tekhnichnyi zbirnyk.*, 18, 11-18 (in Ukrainian).
4. Nikolayevs′kyy V. M.(1979) Dylatansiya ta zakony nezvorotn′oho deformuvannya gru-ntiv [Dilatancy and laws of irreversible deformation of soils] *Osnovy fundamenty ta mekhanika gruntiv: Zbirnyk*, 5, 29-31 (in Ukrainian)
5. Mindlin R. D. (1936) *Force at a point in the interior of a semi-infinite solid*. Physics.
6. Morhun A.S. (2108) *Deformatyvnist' hruntu pry plastychniy formozmini ta dylatansiyi [Soil deformability during plastic deformation and dilatancy]*. Vinnytsya: VNTU (in Ukrainian)
7. Lapshyn F.K., & Potapov S.N. (1978) Dosvid proektuvannya ta ulashtuvannya funda-mentiv promyslovoho korpusu iz burovykh pal′ [Experience in designing and installing industrial building foundations from bored piles.]. *Osnovy fundamenty ta mekhanika gruntiv: Zbirnyk*, 5 (in Ukrainian)

Predicting the limit state assessment of reinforced foundations

Alla MORGUN
Ivan MET
Dmitry ZAPISOV
Andriy KOLESNYK

Summary The topic of predicting the bearing capacity of foundation structures is relevant for the entire construction industry, which plays the most important role in all branches of the country. The aim of the work is to improve the mathematical

apparatus of the numerical method of boundary elements in applied studies of the behavior under load of reinforced foundations.

Soil mechanics serves as a theoretical basis for calculations when choosing the type and size of the foundation of a building, as well as when designing soil structures. Therefore, the level of development of soil mechanics significantly affects the efficiency and reliability of the decisions made. Design engineers, when it is necessary to take into account the interaction of a structure with the soil, face great uncertainty and empirical evidence. Since soils are dispersed formations, they are characterized by significant structural heterogeneity and a significant dependence of their characteristics on the level of external influences; they are a natural substance.

As a method of analyzing the problem, a modern numerical MGE was used, which allows to sharply increase the level of adequacy of the design solution, to improve the calculation scheme. The practical value of the conducted research should include a reliable picture of the “load-settlement” graph obtained by MGE for disperse soils of a construction site for analyzing the forecast of the safe limit state of a building on reinforced foundations. The current state of development of soil mechanics is characterized by an active transition to new calculation models that more fully reflect the real disperse properties of soils. Experience in designing foundation structures using numerical MGE is useful for engineers, students, and graduate students in construction specialties working in the field of soil mechanics and its practical applications.

Keywords. Stress-strain state, bearing capacity, numerical boundary element method, fundamental solution, discretization.