

Застосування методу кутових точок та числового моделювання для оцінки взаємного впливу фундаментів

Ігор БОЙКО¹, Олександр П'ЯТКОВ²

Київський національний університет будівництва і архітектури
31, просп. Повітряних Сил, Київ, Україна, 03037

¹ boyko.ip@knuba.edu.ua, <https://orcid.org/0000-0002-6841-0271>

² av.pyatkov@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0001-8797-151X>

DOI: 10.32347/0475-1132.50.2025.9-16

Анотація. У роботі представлено результати дослідження впливу нового фундаменту на напружено-деформований стан ґрунтової основи та існуючого фундаменту сусідньої споруди. Метою дослідження було порівняння ефективності та точності традиційної аналітичної методики - методу кутових точок - із числовим моделюванням у середовищі програмного комплексу ЛІРА-САПР, що реалізує пружно-пластичну поведінку ґрунту.

Отримані результати показали, що аналітичний метод кутових точок дозволяє швидко оцінити зони можливих додаткових осідань і впливу на сусідні споруди, проте не враховує реального розподілу напружень у неоднорідному ґрунтовому масиві та взаємодії з жорсткістю фундаментних конструкцій. Натомість числове моделювання в ПК ЛІРА-САПР забезпечує детальніший аналіз напружено-деформованого стану ґрунту, дозволяє врахувати складну геометрію та нелінійну роботу матеріалів, що особливо важливо у випадках складних ґрунтових умов і наявності декількох сусідніх фундаментів.

Порівняння результатів двох підходів показало узгодженість у прогнозі загальних тенденцій зміни осідань і напружень, але водночас виявило розбіжності в абсолютних значеннях переміщень, які у ряді випадків сягали 20–30 %.

Результати дослідження показали, що навіть за відносно жорсткого ґрунту з модулем деформації $E=28$ МПа взаємний вплив фундаментів може бути істотним і потребує врахування у проектуванні для запобігання виникнення нерівномірних деформацій існуючої споруди. Відмінності між результатами двох методик вказують на те, що використання лише аналітичного підходу може призвести до недооцінки ризику нерівномірних деформацій існуючої споруди.



Ігор БОЙКО
професор кафедри
геотехніки
д.т.н., проф.



Олександр П'ЯТКОВ
доцент кафедри
геотехніки
к.т.н., доц.

Дослідження показало, що новий плитний фундамент суттєво впливає на напружено-деформований стан ґрунту та осідання існуючого фундаменту. Аналітичний метод кутових точок дозволяє швидко оцінити орієнтовний рівень додаткових осідань та зону впливу, проте результати мають усереднений характер. Числове моделювання у ПК ЛІРА-САПР із використанням пружно-пластичної моделі відображає реальний розподіл напружень, локальні максимуми осідань та пластичні деформації ґрунту, що підвищує точність прогнозу. Дана робота присвячена пам'яті Городецького Олександра Сергійовича.

Ключові слова. взаємодія фундаментів, метод кутових точок, числове моделювання, ПК ЛІРА-САПР, пружно-пластична модель, напружено-деформований стан ґрунту, осідання, вплив на сусідні споруди.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Сучасна практика проектування у щільній міській забудові часто пов'язана з

необхідністю зведення нових споруд у безпосередній близькості до існуючих будівель та інженерних мереж. У таких умовах основним завданням геотехнічного аналізу є прогноз змін напружено-деформованого стану ґрунтової основи та оцінка додаткових осідань сусідніх фундаментів під впливом нового навантаження.

Неврахування взаємодії фундаментів або використання спрощених підходів може призвести до недооцінки деформацій і, як наслідок, до пошкодження існуючих споруд чи зростання вартості будівельних заходів. Традиційно для оцінки впливу нового навантаження на ґрунт застосовується аналітичний метод кутових точок (Steinbrenner, 1936), який дозволяє швидко визначати осідання та зони впливу без складних обчислень. Проте цей метод ґрунтується на ряді припущень: однорідність ґрунтової товщі, лінійно-пружна робота ґрунту, ідеалізовані форми фундаментів. Такі спрощення обмежують його точність у реальних інженерно-геологічних умовах. У свою чергу, сучасні програмні комплекси (зокрема, ЛІРА-САПР) дають змогу виконувати числове моделювання із використанням фізично нелінійних моделей ґрунту, що дозволяє врахувати неоднорідність, стратифікацію та пластичні деформації. Проте питання порівняння результатів числових і аналітичних методів (Dagdeviren, 2025; Glushkov, 2020), а також визначення меж їх застосування, залишаються актуальними і потребують дослідження.

МЕТА РОБОТИ

Метою дослідження є порівняльна оцінка аналітичного методу кутових точок та числового моделювання у середовищі ПК ЛІРА-САПР (з використанням пружно-пластичної моделі ґрунту) для прогнозу впливу нового фундаменту на напружено-деформований стан ґрунтової основи та осідання існуючої споруди.

Для досягнення поставленої мети передбачалося:

- Проаналізувати можливості та обмеження аналітичної методики кутових

точок у задачах оцінки взаємодії фундаментів.

- Виконати числове моделювання системи «ґрунт – фундамент – споруда» у ПК ЛІРА-САПР із використанням реалістичних ґрунтових параметрів і врахуванням нелінійної поведінки ґрунту.
- Порівняти результати двох методів за ключовими показниками (напруження, осідання, зона впливу нового фундаменту).
- Визначити ступінь розбіжностей та окреслити межі застосування аналітичного й числового підходів.
- Надати практичні рекомендації щодо комбінованого використання обох методів для підвищення точності та надійності геотехнічних розрахунків.

ОСНОВНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ

Основна частина роботи спрямована на аналіз впливу нового фундаменту на стан ґрунтової основи та існуючої споруди за допомогою двох підходів: аналітичного та числового. Для досягнення поставленої мети проведено комплексну оцінку напружено-деформованого стану системи «ґрунтова основа – фундамент» з використанням вихідних даних щодо інженерно-геологічних умов ділянки та конструктивних параметрів фундаментів.

На першому етапі дослідження виконано розрахунки за аналітичним методом кутових точок, який широко застосовується в інженерній практиці завдяки простоті та швидкості отримання результатів. Метод дозволяє визначати додаткові осідання ґрунтової основи та зони впливу нового фундаменту на сусідні споруди, однак ґрунтується на низці спрощень і не завжди відображає складну поведінку ґрунтового масиву.

Другий етап полягав у побудові та аналізі числової моделі у середовищі ПК ЛІРА-САПР із використанням пружно-пластичної моделі ґрунту. Такий підхід дає змогу врахувати реальний розподіл напружень у шаруватих та неоднорідних ґрунтах, взаємодію з жорсткістю фундаментних конструкцій, а також прояви пластичних деформацій.

Результати обох методів були зіставлені для порівняння ключових характеристик: додаткових осідань існуючого фундаменту, конфігурації зони впливу та напружень у ґрунтовому масиві. Отримані дані дозволили оцінити розбіжності між аналітичним і числовим підходами та виявити переваги й обмеження кожного з них у контексті реальних геотехнічних задач.

1. Аналітичний метод оцінки впливу нового фундаменту

На першому етапі дослідження оцінку впливу нового фундаменту на існуючу споруду виконано за допомогою аналітичного методу кутових точок. Метод базується на побудові епюр додаткових напружень у ґрунті під впливом зовнішнього навантаження та дозволяє визначити зміну напружено-деформованого стану ґрунту в характерних точках під існуючим фундаментом.

Розрахункова схема передбачає визначення додаткових напружень від нового фундаменту в кожній кутовій точці існуючої плити за формулами, отриманими на основі теорії пружності для напівпростору. Додаткові осідання ґрунту обчислювалися шляхом інтегрування тисків від нового навантаження з урахуванням модуля деформації ґрунту.

Вихідні дані для розрахунку:

- існуючий фундамент: плитний, розміри 2×3 м, тиск на ґрунт 300 кПа;
- новий фундамент: плитний, розміри 2×3 м, тиск на ґрунт 400 кПа;
- модуль деформації ґрунту 28 МПа.

Аналітичні обчислення виконувалися при врахуванні відстані між фундаментами величиною 1 м. Метод кутових точок дав змогу окреслити зону впливу нового фундаменту та встановити максимальні додаткові осідання.

На рис. 1-а наведено епюри додаткових напружень в ґрунтовому масиві на якій ми можемо спостерігати, що сусідній фундамент не завдає впливу безпосередньо на рівні підоснови фундаменту. Починаючи від глибини приблизно «1b» виявлено суттєвий вплив на величину додаткових напружень – приріст складає від 13 до 25%. Починаючи із глибини «5b» вплив сусіднього

фундаменти починає згасати (рис. 1-а).

На рис. 1-б наведено графіки зміни деформацій ґрунтового середовища із глибиною. Графік із точками відображає вертикальні переміщення ґрунту від існуючого фундаменту. Графік із хрестиками показує сумарні вертикальні переміщення ґрунту із врахуванням впливу сусіднього фундаменту.

За аналітичним розрахунком вплив сусіднього фундаменту на величину осідання існуючого відчувається до глибини «5b». На більшій глибині вплив сусіднього фундаменту починає згасати та його величина не здійснює суттєвого впливу на загальне значення осідання (рис. 1-б).

Перевагою цього підходу є простота та швидкість розрахунків, що особливо цінно на попередніх етапах проєктування. Водночас отримані результати мають обмежену точність через припущення про однорідність ґрунтової товщі та пружну роботу основи, що неповною мірою відповідає реальним ґрунтовим умовам та взаємодії конструкцій.

2. Числове моделювання спільної роботи конструкцій з ґрунтом для оцінки впливу нового фундаменту

На другому етапі дослідження виконано числове моделювання системи «ґрунт – фундамент – споруда» у програмному комплексі ЛІРА-САПР. Метою було більш детально відобразити напружено-деформований стан ґрунтової основи та взаємодію двох плитних фундаментів із урахуванням геометричних параметрів, фізико-механічних характеристик ґрунту й нелінійної поведінки матеріалів.

Для ґрунту було застосовано пружно-пластичну модель ґрунту, яка дає змогу врахувати пружно-пластичні властивості, розвиток зон пластичних деформацій та зміни жорсткості ґрунтового масиву під навантаженням. Геометрія моделі відповідала прийнятим для дослідження параметрам:

- існуючий плитний фундамент розмірами 2×3 м, тиск на ґрунт — 300 кПа;
- новий плитний фундамент розмірами 2×3 м, тиск на ґрунт — 400 кПа;
- модуль деформації ґрунту — $E=28$ МПа.

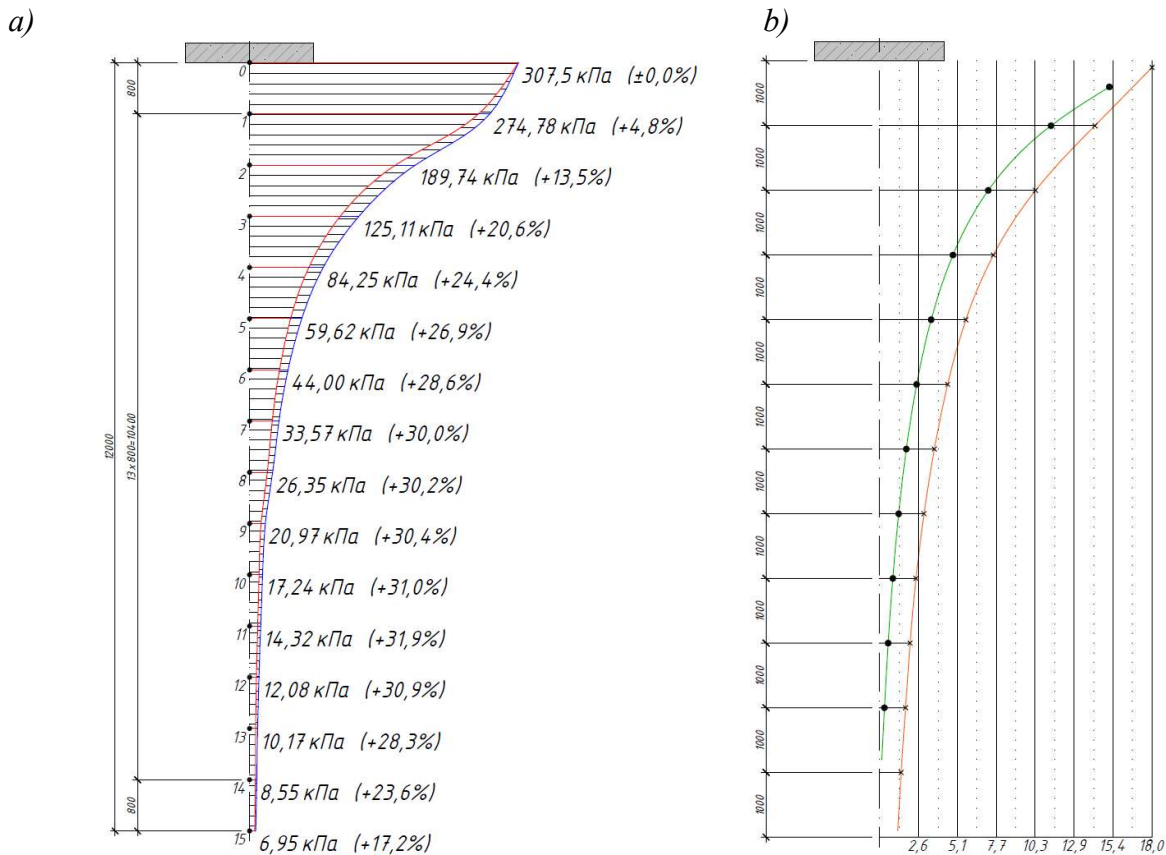


Рис.1 Аналітична методика визначення: *a* - додаткові напруження (внутрішня лінія – від існуючого фундаменту; зовнішня лінія – із врахуванням сусіднього фундаменту); *b* - графіки зміни деформацій ґрунту із глибиною (внутрішня лінія – від існуючого фундаменту; зовнішня лінія – із врахуванням сусіднього фундаменту).

Fig.1. Analytical determination method: *a* - additional stresses (inner line – from the existing foundation; outer line – accounting for the influence of the adjacent foundation); *b* - graphs of changes in soil medium deformations with depth (inner line – from the existing foundation; outer line – accounting for the influence of the adjacent foundation).

Розрахункова область охоплювала ґрунтовий масив на глибину не менше ніж 5 м (понад дві ширини фундаментів), що дало змогу врахувати просторовий розподіл напружень. Нижню межу моделі закріплено як жорстку опору, бічні грані обмежено умовами відсутності горизонтальних переміщень.

Числове моделювання дозволило визначити не лише вертикальні осідання, а й просторовий розподіл напружень і деформацій, утворення зон пластичного стану під навантаженими ділянками, а також взаємний вплив плит через ґрунтовий масив. Візуалізація результатів у вигляді ізополів напружень (рис.2) і деформацій показала, що найбільш інтенсивні зміни спостерігаються у центральній зоні між фундаментами, де

формується спільне поле стискаючих напружень (рис.2-б).

За результатами числового моделювання висота стисливої зони збільшилась із 3 м (рис. 2-а) до 5 м (рис. 2-б), при цьому зона стала асиметричною, враховуючи нерівномірне навантаження на ґрунтовий масив.

Також можна спостерігати цікаве явище яке полягає у тому, що напруження у ґрунтовому масиві (на рівні підшви, по краях існуючого фундаменту) зменшуються з боку нового фундаменту (рис. 2-б).

Слід відмітити, що за результатами числового моделювання (рис. 3-а) приріст напружень у ґрунтовому масиві від сусіднього фундаменту почав сягати «разів» на відміну від аналітичної методики (рис. 1-а). Напруження під центром існуючого фундаменту

(на рівні його підшви) склали близько 160 кПа за числовим моделюванням (рис. 3-а), у той час як прогнозовані напруження за аналітичним розрахунком сягати близько 308 кПа, що майже як у 2 рази більше.

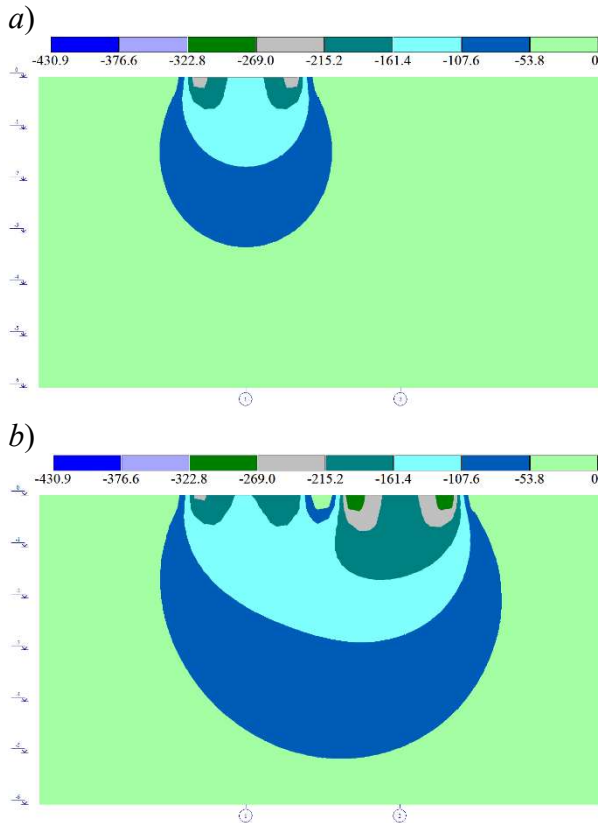


Рис.2. Додаткові напруження в ґрунті: *а* – від існуючого фундаменту; *б* – із врахуванням сусіднього фундаменту. Числове моделювання виконано PhD Кашоїдою О.О.

Fig.2. Additional stresses in the soil mass: *a* – from the existing foundation; *b* – accounting for the adjacent foundation. Numerical simulation was performed by PhD Kashoida O.O.

На рис. 3-*б* зображено графіки зміни вертикальних переміщень ґрунтового середовища із глибиною за даними числового моделювання. Отримано, що при появі сусіднього фундаменту величина осідання ґрунтового середовища, починаючи з глибини 3 м збільшується у 2 рази і більше. Так, наприклад, на глибині 3 м деформації ґрунтового середовища становили близько 7 мм, то при появі сусіднього фундаменту вони зросли майже до 14 мм.

Якщо порівняти графіки зміни осідання

ґрунту, що були отримані за допомогою аналітичних розрахунків (рис. 1-*б*) та числового моделювання (рис.3-*б*) можна побачити кількісну відмінність, як у величині самих деформацій, так і у прирості деформацій від впливу нового (сусіднього) фундаменту. Порівняння графіків деформацій, що були отримані за різними методиками розрахунку, наведено на рис. 4.

Порівняно з аналітичними розрахунками числова модель зафіксувала більш нерівномірний характер осідань та локальні максимуми деформацій під крайками плит, що зумовлено реальною взаємодією жорстких конструкцій і ґрунтової основи. Це дозволило отримати точнішу картину впливу нового фундаменту на існуючу споруду та дало змогу оцінити можливі небезпечні зони концентрації напружень.

3. Аналіз результатів застосування двох методик: аналітичного підходу та числового моделювання

Порівняння результатів, отриманих за аналітичним методом кутових точок і числовим моделюванням у ПК ЛІРА-САПР, показало загальну узгодженість у визначенні основних тенденцій впливу нового фундаменту на існуючий. Обидва підходи демонструють збільшення вертикальних напружень у ґрунтовій основі в зоні між фундаментами та поступове їх зменшення із віддаленням від межі нового навантаження. Водночас деталі розподілу напружено-деформованого стану та величини осідань виявили суттєві відмінності.

Аналітичний метод дозволив швидко оцінити орієнтовний рівень додаткових осідань і зону впливу нового фундаменту, однак через припущення про однорідність ґрунту та лінійно-пружну роботу основи результати виявилися більш «усередненими». Максимальні осідання за цим методом були на 20–25 % меншими, ніж у числовій моделі, особливо поблизу крайок плит, де аналітичний підхід не враховує концентрації напружень.

Числове моделювання показало більш складний характер взаємодії двох фундаментів через ґрунтовий масив: спостерігалася асиметрія осідань, локальні максимуми деформацій у центральній частині між плитами та під крайками, а також розвиток зон пластичних деформацій у ґрунті. Це підкреслює перевагу

числового підходу для об'єктів із жорсткими плитними фундаментами та при неоднорідній будові ґрунтової товщі.

Відмінності між результатами двох методик вказують на те, що використання лише аналітичного підходу може призвести до недооцінки ризику нерівномірних деформацій та потенційних пошкоджень існуючої споруди. Разом із тим аналітичний метод залишається корисним інструментом на ранніх стадіях проектування, коли потрібна швидка орієнтовна оцінка зон впливу. Оптимальним є комбіноване застосування двох методів: аналітичний підхід для попередньої оцінки та варіантних розрахунків, а числове моделювання — для уточненого прогнозу осідань

і напружень та оптимізації конструктивних рішень.

Аналізуючи рис. 4 можна спостерігати, що при використанні аналітичного розрахунку деформації основи є значно меншими ніж при використанні числового моделювання. Виявилось, що деформації основи із врахуванням сусіднього фундаменту які визначені за допомогою числового моделювання будуть більшими у 1,5...2,5 рази.

Кількісна відмінність між графіками деформацій ґрунтового середовища із одним (існуючим) фундаментом буде меншою, але якщо її перевести в «рази», то пропорція збережеться як і для варіанту, що враховує появу сусіднього фундаменту.

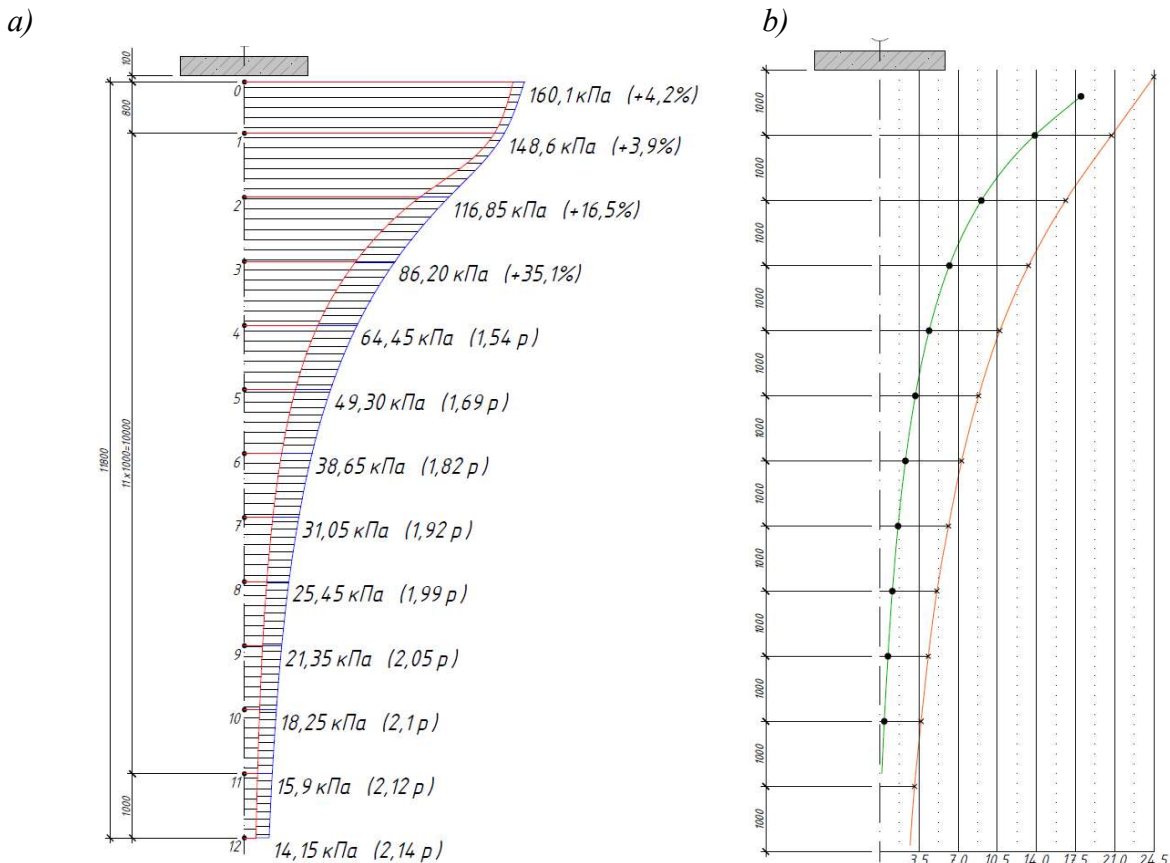


Рис.3. Результати числового моделювання: *a* - додаткові напруження (внутрішня лінія – від існуючого фундаменту; зовнішня лінія – із врахуванням сусіднього фундаменту); *b* - графіки зміни деформацій ґрунтового середовища із глибиною (внутрішня лінія – від існуючого фундаменту; зовнішня лінія – із врахуванням сусіднього фундаменту).

Fig.3. Numerical simulation results: *a* - additional stresses (inner line – from the existing foundation; outer line – accounting for the influence of the adjacent foundation); *b* - graphs of changes in soil medium deformations with depth (inner line – from the existing foundation; outer line – accounting for the influence of the adjacent foundation).

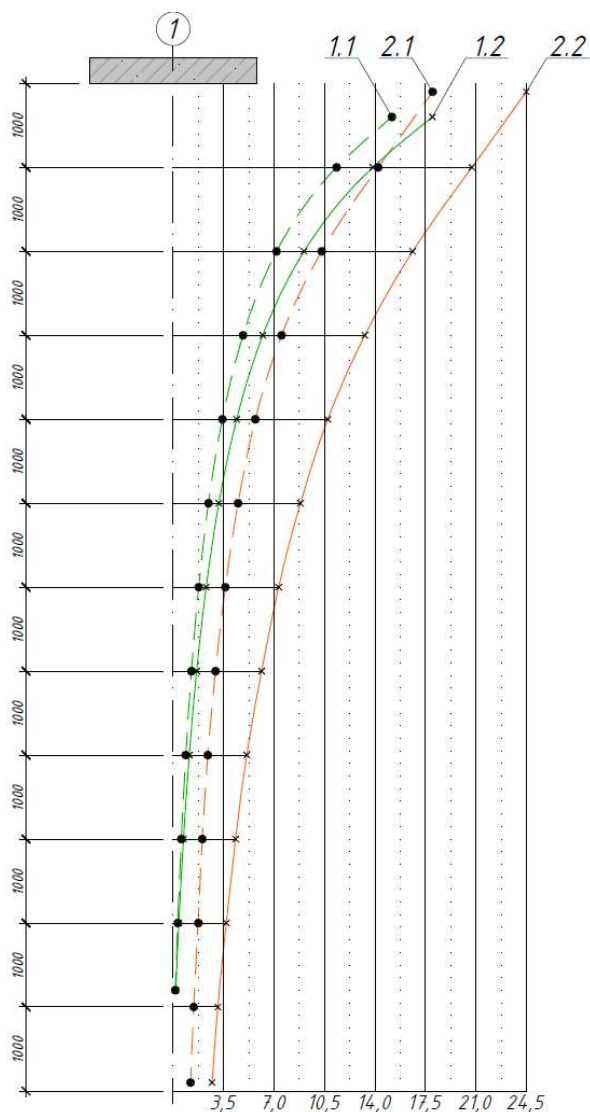


Рис.4. Графіки зміни деформацій ґрунту із глибиною: 1.1 – аналітичний розрахунок, один фундамент; 1.2 – аналітичний розрахунок із врахуванням сусіднього фундаменту; 2.1 – числове моделювання, один фундамент; 2.2 – числове моделювання із врахуванням сусіднього фундаменту.

Fig.4. Graphs of soil deformation changes with depth: 1.1 – analytical calculation, single foundation; 1.2 – analytical calculation incorporating the adjacent foundation; 2.1 – numerical simulation, single foundation; 2.2 – numerical simulation incorporating the adjacent foundation.

ВИСНОВКИ ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ

1. Проведене дослідження показало, що взаємодія нового плитного фундаменту з

існуючим у ґрунтовій основі суттєво впливає на розподіл напружень і величину осідань. Найбільш інтенсивні зміни спостерігаються у зоні безпосередньої близькості фундаментів, де формується спільне поле напружень.

2. Аналітичний метод кутових точок дозволяє швидко оцінити орієнтовний рівень додаткових осідань та зону впливу нового фундаменту. Проте його результати мають «усереднений» характер і не враховують локальних концентрацій напружень та пластичних деформацій ґрунту, що може призводити до недооцінки ризиків.
3. Числове моделювання в середовищі ПК ЛІРА-САПР з використанням пружно-пластичної моделі ґрунту дає змогу відобразити реальний розподіл напружень, асиметрію осідань і локальні максимуми деформацій під плитами. Це забезпечує більш точну оцінку впливу нового фундаменту на існуючу споруду, особливо у складних геологічних умовах.
4. Порівняння результатів аналітичного та числового методів виявило загальну узгодженість у визначенні основних тенденцій зміни напружено-деформованого стану ґрунту, проте абсолютні величини осідань та локальні значення напружень можуть відрізнятися на 20–30 %.
5. Оптимальним підходом для інженерних розрахунків є комбіноване застосування обох методик: аналітичний метод - на попередніх етапах оцінки ризиків і швидких варіантних розрахунків, числове моделювання - для уточнених прогнозів і оптимізації конструктивних рішень. Такий підхід дозволяє підвищити точність визначення характеристик ґрунту та взаємодії фундаментів, зменшити інженерні ризики та забезпечити надійність експлуатації споруд.

ЛІТЕРАТУРА/ REFERENCES

1. Dagdeviren, U. (2025) Improvement of the Approximate Method for Determining the Average Vertical Stress Increase Below the Rectangular Foundation Using Differential Evolution Algorithm. Arab J Sci Eng 50, 17133–

17152. DOI: 10.1007/s13369-025-10196-9
2. Glushkov, A. & Glushkov, V. & Glushkov, I. (2020). Analytical and numerical solution of the stress-strain state of sleeper foundations. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 896. 012011. DOI: 10.1088/1757-899X/896/1/012011
 3. Steinbrenner, W. (1936). A rational method for the determination of the vertical normal stresses under foundations. *Technische Hochschule, Vienna, Austria*. 142-143
<https://www.scribd.com/document/841453395/1-steinbrenner-1936-a-rational-method-for-the-determination-of-the-vertical-normal-stresses-under-foundations>

Corner-Point Method and Numerical Modelling in Foundation Interaction Analysis

Igor BOYKO
Oleksandr PIATKOV

Summary The study presents the results of investigating the impact of a new foundation on the stress-strain state of the soil base and the existing foundation of an adjacent structure. The aim of the research was to compare the efficiency and accuracy of the traditional analytical method—the corner point method—with numerical simulation performed in the LIRA-SAPR software package, which implements elastic-plastic soil model.

The obtained results demonstrate that the analytical corner point method enables a rapid assessment of zones prone to additional settlements and the impact on adjacent structures. However, it does not account for the actual stress distribution in a heterogeneous soil mass or the interaction with the stiffness of foundation structures. In contrast, numerical simulation in the LIRA-SAPR software package provides a more detailed analysis of the stress-strain state of the soil, allowing for the consideration of complex geometry and the nonlinear behavior of materials. This is particularly crucial in cases involving challenging soil conditions and the presence of multiple adjacent foundations.

The comparison of the results from the two approaches revealed consistency in predicting general trends of settlement and stress changes. However, discrepancies in the absolute values of displacements were observed, reaching 20–30% in some cases.

The study results indicate that even in relatively

stiff soil with a deformation modulus of $E = 28$ MPa, the mutual influence of foundations can be significant and requires consideration in design to prevent uneven deformations of the existing structure. The differences between the results of the two methods indicate that relying solely on the analytical approach may lead to an underestimation of the risk of uneven deformations in the existing structure.

The study demonstrated that the new flat-plate foundation significantly affects the stress-strain state of the soil and the settlement of the existing foundation. The analytical corner point method allows for a rapid estimation of the approximate level of additional settlements and the zone of influence, but its results are averaged. In contrast, numerical simulation in the LIRA-SAPR software package with the Coulomb-Mohr model accurately reflects the actual stress distribution, local settlement maxima, and plastic soil deformations, thereby improving the precision of the predictions.

Key words. foundation interaction, corner point method, numerical simulation, LIRA-SAPR software package, elastic-plastic model, stress-strain state of soil, settlement, impact on adjacent structures.