

Числове моделювання поведінки групи паль у піщаних ґрунтах при вертикальному статичному навантаженні

Олександр ЛИТВИН¹, Віталій РУЧКІВСЬКИЙ²

Київський національний університет будівництва і архітектури
31, просп. Повітряних Сил, Київ, Україна, 03037,

¹lytvyn.ov@knuba.edu.ua, orcid.org/0000-0002-2818-3457

²ruchkivskiy.vv@knuba.edu.ua, orcid.org/0000-0001-8982-2884

DOI: 10.32347/0475-1132.51.2025.83-90

Анотація. У роботі представлено результати числового моделювання напружено-деформованого стану системи «група паль – ґрунтова основа» у піщаних ґрунтах під дією вертикального статичного навантаження. Дослідження спрямовано на визначення впливу відстані між палями на особливості перерозподілу напружень у ґрунтовому масиві, характер деформацій та ефективність роботи пальового поля. Для аналізу побудовано тривимірну скінчено-елементну модель, що включає ґрунтовий масив, палі та жорсткий ростверк. Поведінку ґрунту описано модифікованою ковпачковою моделлю Друкера–Прагера, яка дозволяє врахувати як зсувні пластичні деформації, так і об’ємне ущільнення, що є критично важливим для адекватного відтворення роботи паль у піщаних середовищах. Параметри міцності та деформативності ґрунту визначено на основі даних СРТ-тестування.

Розглянуто два варіанти просторового розташування паль у групі: з кроком $L = 3d$ та $L = 6d$ (де d – діаметр палі). Показано, що при меншій відстані між палями утворюється спільна зона ущільнення ґрунту, яка забезпечує сумісну роботу елементів та підвищує несучу здатність системи. При збільшенні відстані до $L = 6d$ зони напружень не перекриваються, палі працюють фактично як одиночні, що зменшує групову ефективність і призводить до нижчої несучої здатності. Аналіз розподілу повздовжніх зусиль уздовж стовбура показав, що частка навантаження, яка передається бічною поверхнею кутових паль, становить 73% при $L = 3d$ та знижується до 62% при $L = 6d$, що підтверджує залежність роботи палі від ступеня взаємодії з ущільненим ґрунтом.



Олександр ЛИТВИН

доцент кафедри
геотехніки
Ph.D.



Віталій РУЧКІВСЬКИЙ

доцент кафедри
геотехніки
к.т.н.

Отримані результати узгоджуються з експериментальними даними F. Lizzi (1985) та підтверджують, що оптимальний крок розміщення паль забезпечує баланс між взаємодією в групі та ефективністю роботи системи.

Висновки підкреслюють необхідність урахування пластичних деформацій ґрунту та оптимального кроку розміщення паль для раціонального проєктування пальових фундаментів у піщаних основах.

Проведене моделювання може бути використано для уточнення параметрів при проєктуванні пальових фундаментів у піщаних ґрунтах.

Ключові слова. Числове моделювання, група паль, піщані ґрунти, відстань між палями, несуча здатність, напружено-деформований стан, ковпачкова модель Друкера–Прагера, метод скінченних елементів.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

При взаємодії пальових фундаментів із ґрунтовою основою навколо кожної палі формується характерна зона зміни напружено-деформованого стану ґрунту (Рис.1), що включає ділянки ущільнення, розуцільнення, розтягу та зсувів. У випадку розміщення паль на малій відстані одна від одної ці зони частково або повністю перекриваються, утворюючи спільну зону напружень, у межах якої взаємодія між палями істотно впливає на розподіл навантаження та осідання фундаменту. Надмірне зближення паль призводить до зниження ефективності роботи окремих елементів через взаємне накладання напружених зон, що викликає нерівномірність деформацій та зменшення несучої здатності системи в цілому (Yadong Chen та ін. 2019).

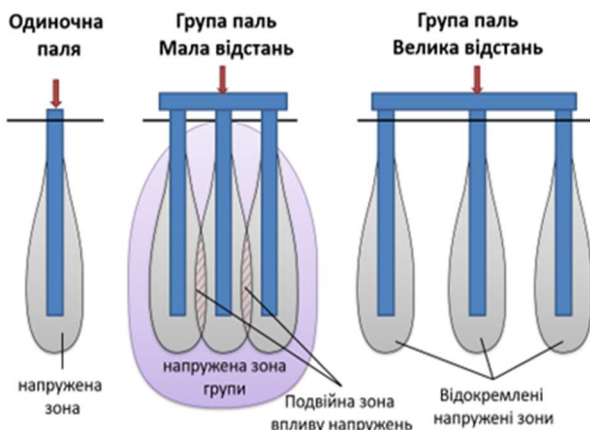


Рис. 1. Взаємодія паль з ґрунтом
Fig.1. Piles soil interaction.

Водночас, при надто великій відстані між палями їхні напружені зони не взаємодіють, і кожна паля фактично працює як одиночна, що знижує ефективність використання матеріалу та несучу здатність умовного фундаменту в цілому. Таким чином, постає завдання визначення оптимальної відстані між палями, за якої забезпечується раціональна взаємодія елементів групи з ґрунтом основи, мінімізуються деформації та досягається максимальна ефективність роботи пального поля під дією вертикального статичного навантаження.

МЕТА РОБОТИ

Метою даної роботи було прогнозувати несучої здатності групи паль, розподіл зусиль за довжиною та між палями. оцінка впливу відстані між палями на Напружено-Деформований Стан (НДС) системи "група паль-основа".

ОСНОВНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ

На основі попередньо прийнятої схеми експериментального куша була побудована скінчено-елементна модель системи «ґрунтова основа – група паль – ростверк». Модель складається з ґрунтового масиву, групи паль та жорсткого ростверку, які моделювалися тривимірними (об'ємними) скінченими елементами. Геометричні розміри розрахункової області обрано таким чином, щоб мінімізувати вплив граничних умов і забезпечити умови, максимально наближені до роботи ізольованої групи паль.

Піщаний ґрунтовий масив моделювався у вигляді кубічного блоку розміром $6.9 \times 6.9 \times 8.0$ м, що забезпечує достатній обсяг для розвитку зони напружено-деформованого стану без впливу меж моделі на результати дослідження. Палі діаметром 0.133 м та довжиною 4 м об'єднані ростверком товщиною 0.3 м, який рівномірно передає навантаження на палі. Відстань між палями визначена згідно з експериментальною схемою з метою дослідження ефекту взаємодії паль у групі. Загальний вигляд групи паль прийнятої до розрахунку показано на Рис. 2.

Для опису поведінки роботи ґрунту існує різні математичні моделі (Kok Sien Ti, Bujang B.K та ін. 2009). Найпростіші це пружні моделі, але вони не дозволяють врахувати такі процеси як зони зсуву, ущільнення, розуцільнення. Також існують і пружно-пластичні моделі. Найпоширеніша пружно-пластична модель з критерієм міцності КМ. Вона враховує тільки пластичні деформації при зсуві, тому для опису поведінки ґрунту була використана модель із групи так званих, "ковпачкових" моделей – це модифікована Друкера-Прагера модель, яка на

додаток до критерію руйнування при зрушенні дозволяє врахувати ущільнення ґрунту при об'ємному стисненні. Вона

використовує не асоційований закон течії в районі поверхні руйнування під час зсуву.

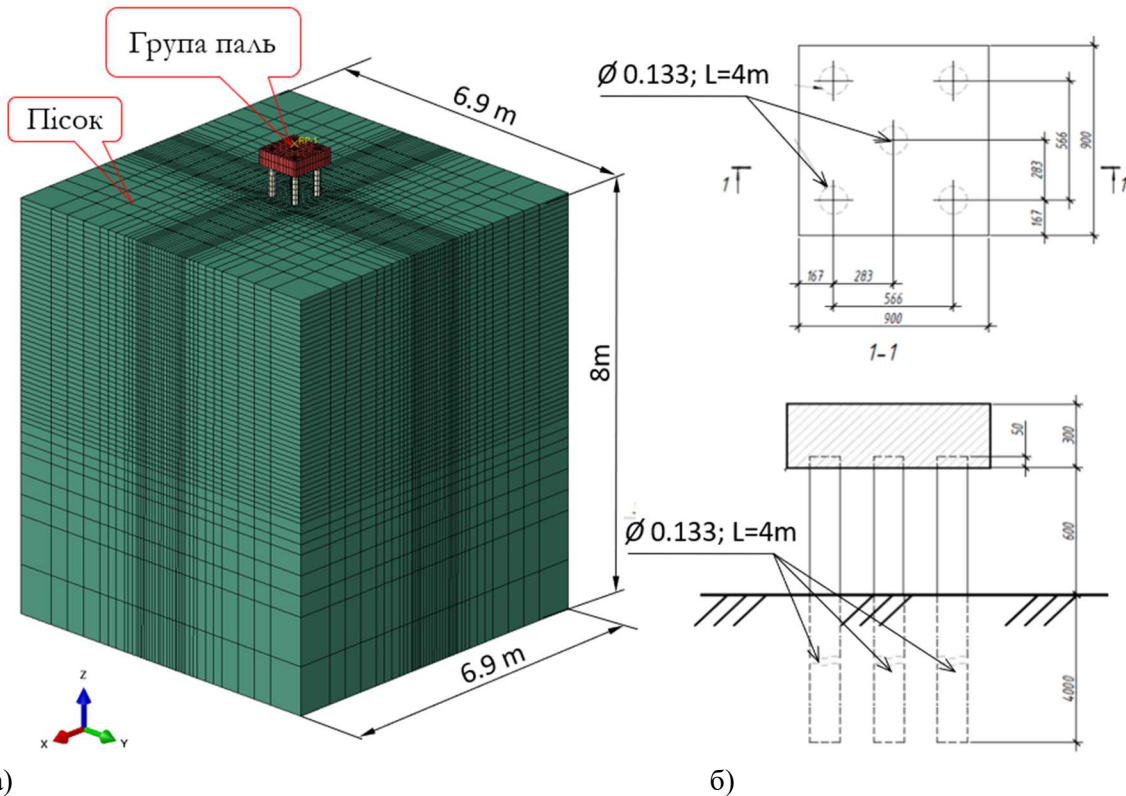


Рис.2. Куш палей що прийнятий для дослідження: а) скінчено-елементна модель, б) схема розташування палей у куші.

Fig.2. A group of piles accepted for research: a) finite-element model; b) pile arrangement scheme in the group.

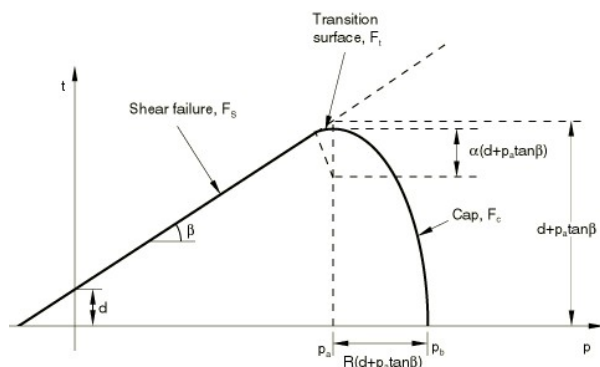


Рис. 3. Модифікована ковпачкова модель Друкера-Прагера, поверхня текучості в осях p і t (шаровий тензор-девіатор напружень)

Fig.3. Modified cap Drucker-Prager model, yield surface in the p - t axes (hydrostatic pressure – deviator stress).

Модифікована ковпачкова Друкера-Прагера модель складається з двох основних поверхонь руйнування (ABAQUS Analysis

User's Manual, Version 6.12): поверхню руйнування при зсуві (F_s) та поверхні "шапочки" при стиску (F_c) що зміцнюється (Рис.3)

Для функціонального опису ущільнення в ширшому діапазоні тисків був використана закономірність К.Терцаги, параметри якої були отримані на основі компресійних випробувань ґрунтів у лабораторії (Литвин, 2024).

Для аналізу параметрів міцності використано результати СРТ тесту (статичного зондування). Визначення кута внутрішнього тертя була використана наступна залежність (Paul W. Mayne, 2007):

$$\varphi = 17.16^\circ + 11.0^\circ * \log\left(\frac{q_c}{\sqrt{\sigma'_{V0} \cdot \sigma_{atm}}}\right)$$

В які входять опір конуса - q_c , ефективний - σ'_{V0} та атмосферний тиск - σ_{atm} .

Початкове значення модуля деформації

визначено з використанням функціональної залежності від опору конуса ($E = f(q_c)$) (Paul W. Mayne, 2007). За результатами СРТ тесту з використанням наведених залежності побудовані графіки зміни кута внутрішнього тертя та модуля деформації за глибиною та визначено середні значення на наведених ділянках в області де розміщені палі (рис.4).

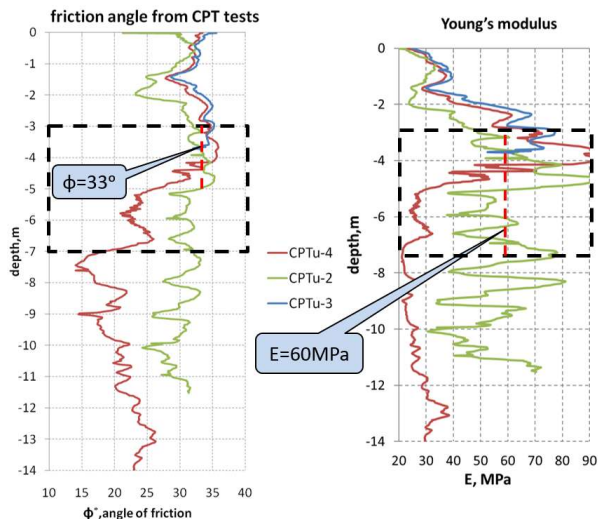


Рис. 4. Прийняті параметри міцності та деформативності за результатами СРТ-тестів.

Fig.4. Taken parameters of strength and deformability according to the results of CPT tests.

Для дослідження впливу відстані між палями на НДС системи «група паль-основа» палями було виконано розрахунки в двох постановках з відстанню між палями $3d$ (d – діаметр палі) та зі збільшеною вдвічі відстанню між палями $6d$ (рис.5)

Результати числового моделювання поведінки групи паль у піщаному ґрунті при

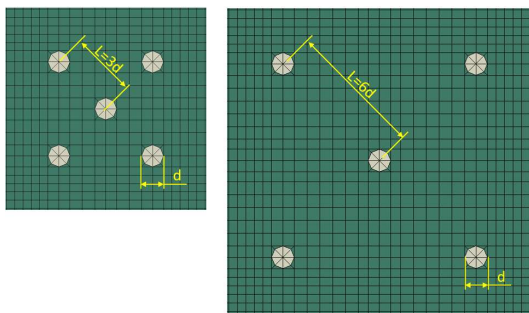


Рис. 5. Прийнята для розрахунків відстань між палями.

Fig.5. The distance between piles adopted for calculations.

різних відстанях між палями подано у вигляді графіків «навантаження – осідання» та полів пластичних деформацій стиснення (Рис. 6, Рис. 7).

Побудовані залежності «навантаження – осідання» для варіантів $L = 3d$ та $L = 6d$ свідчать, що зміна відстані між палями суттєво впливає як на загальну несучу здатність групи, так і на характер розподілу зусиль між окремими елементами (рис.6). При меншій відстані ($L = 3d$) навантаження передається більш рівномірно, при цьому центральна паля сприймає більшу частину вертикальної сили. Із збільшенням відстані між палями до $L = 6d$ взаємний вплив елементів зменшується, зона сумісної роботи скорочується, а основне навантаження переходить на кутові палі. Це призводить до зниження групової ефективності та меншої сумарної несучої здатності системи.

Отримані закономірності узгоджуються з експериментальними даними, наведеними у роботі Ф. Ліззі (F. Lizzi, 1985), який показав, що ефективність групи паль досягає максимуму при певному інтервалі відстаней (приблизно 3–5 діаметрів паль), після чого збільшення кроку розміщення спричиняє зниження загальної несучої здатності.

Детальний аналіз просторового напружено-деформованого стану (рис.7) дозволяє пояснити ці тенденції. При малій відстані між палями ($L = 3d$) спостерігається значне перекриття індивідуальних зон напружень, утворених навколо кожної палі. У результаті формується єдина суцільна зона ущільнення, яка охоплює всю групу паль і функціонує як спільний «умовний фундамент» (рис.7) із ефективною площею, що перевищує сумарну площу окремих зон. Така конфігурація забезпечує більш рівномірний розподіл напружень у ґрунті й сумісну роботу елементів системи «ґрунт – палі – рост-верк».

Натомість при великій відстані ($L = 6d$) напружені зони не взаємодіють між собою, і кожна паля формує власну локальну область ущільнення ґрунту, тобто працює як окремий «умовний фундамент» (рис.7). Відсутність спільної зони деформацій призводить до зниження ефективності використання

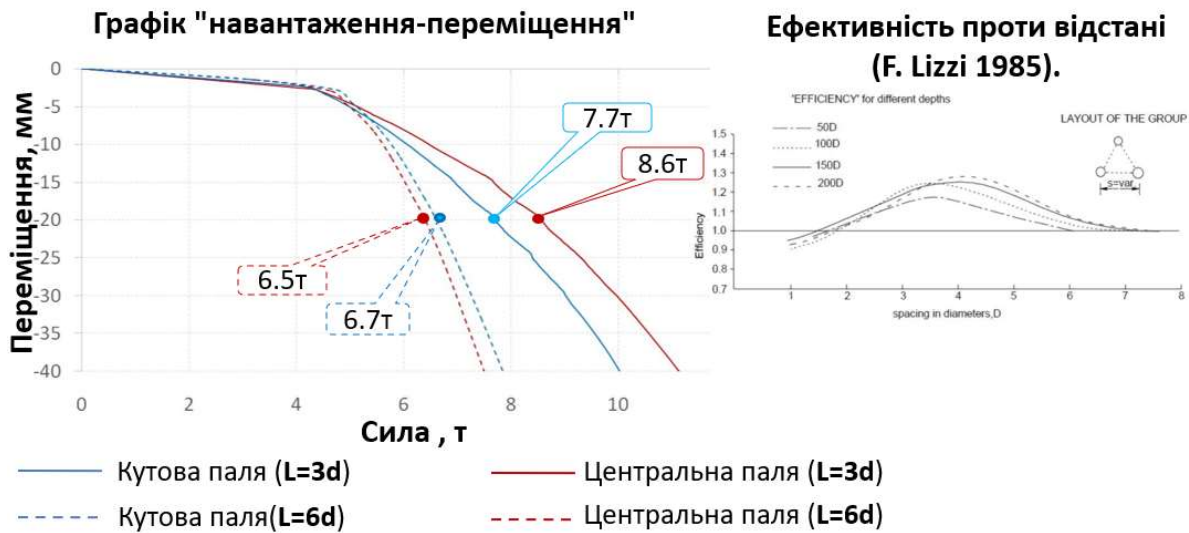


Рис. 6. Графіки «навантаження – переміщення» для прийнятих відстаней між палями та залежність ефективності від відстані згідно з даними (F. Lizzi, 1985).

Fig.6. Load-displacement graphs for the adopted distances between piles and the dependence of efficiency on distance according to data (F. Lizzi, 1985).

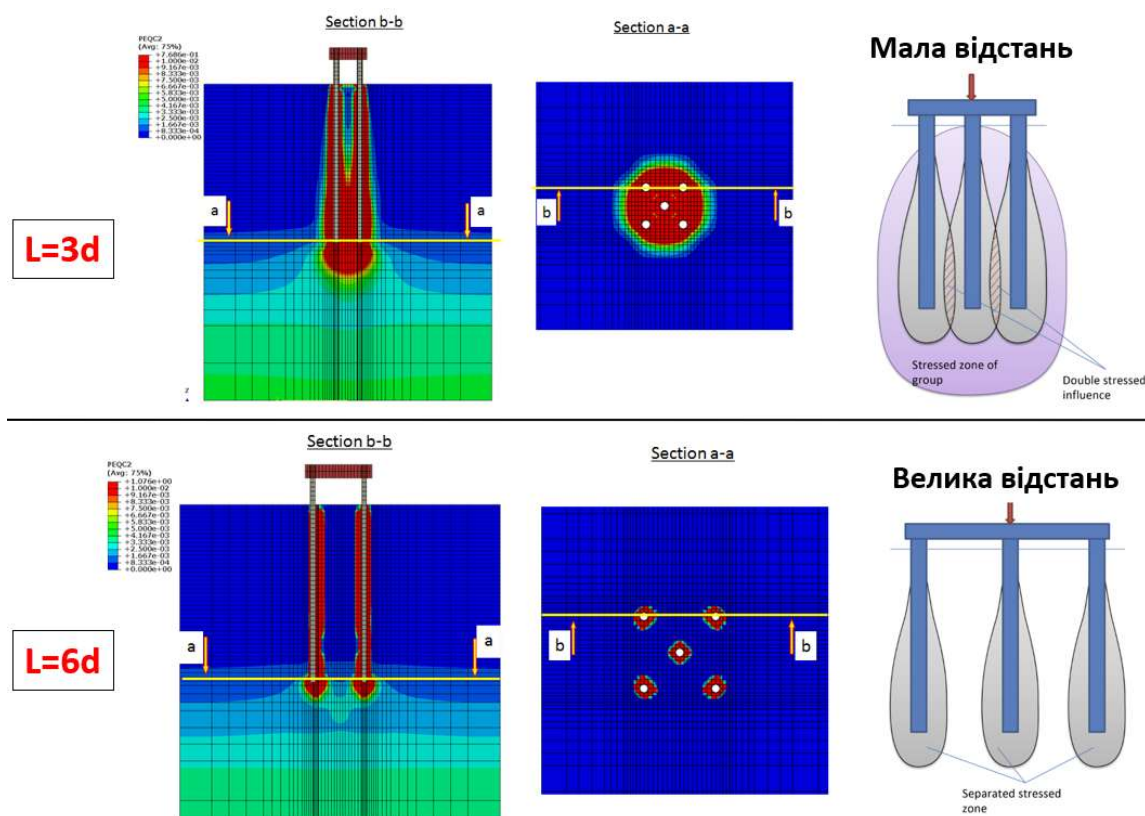


Рис. 7. Пластична деформація стиснення в модифікованій ковпачковій моделі Друкера-Прагера.

Fig.7. Plastic strain from compression/hardening Modified cap Drucker-Prager model.

матеріалу та меншої загальної несучої здатності умовного фундаменту. Таким чином, при надмірному зближенні паль зони напружень накладаються надмірно, а при

занадто великій відстані — втрачається спільна робота системи. Оптимальною є проміжна відстань, за якої досягається баланс між взаємодією та автономністю роботи

паль.

Аналіз розподілу зусиль уздовж довжини паль у залежності від відстані між центрами паль показав суттєві відмінності у роботі як кутових, так і центральних елементів куща паль. При зменшенні відстані між палями з $L = 6d$ до $L = 3d$ спостерігається помітна зміна характеру перерозподілу навантаження між бічною поверхнею та підшовою палі, що пов'язано зі зростанням взаємного впливу зон ущільнення та зсуву ґрунту навколо сусідніх паль (рис.8).

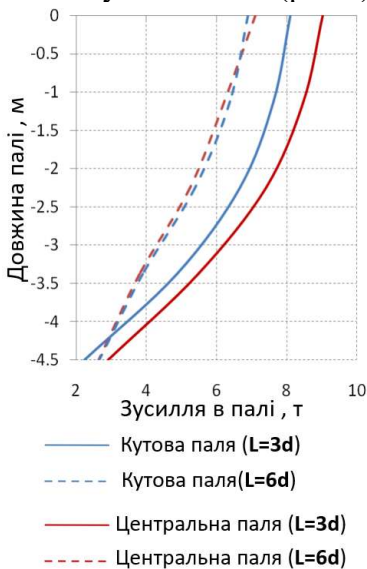


Рис. 8. Розподілу повздовжніх сил уздовж довжини паль у залежності від відстані між центрами паль.

Fig.8. Distribution of longitudinal forces along the length of the piles depending on the distance between the pile centers.

Для кутових паль при меншому кроці ($L = 3d$) фіксується збільшення зусиль, що передаються на ґрунт бічною поверхнею по всій довжині палі. Крива розподілу має більш крутий градієнт, що вказує на підвищений рівень взаємодії палі з ущільненим ґрунтом, сформованим унаслідок просторового «ефекту групи». Це пояснюється тим, що кутові палі працюють у зоні обмеженої бокової деформації, де ущільнений ґрунт від суміжних паль додатково підвищує горизонтальні напруження в ґрунті, збільшуючи роботу бічної поверхні.

При більшій відстані $L = 6d$ взаємний вплив паль значно менший, що

проявляється у зниженні бічного опору та однаковому розподілі зусиль уздовж стовбура як для центральної так і для кутової палі.

При більшій відстані ($L = 6d$) палі працюють у більш наближених до «одиначних» умов.

Загалом можна стверджувати, що зменшення відстані між палями призводить до збільшення долі навантаження, сприйманого бічною поверхнею кутових паль за рахунок того що тertia по бічній поверхні паль розміщених в периферійних зонах реалізується більше чим в центрі фундаменту внаслідок різкого зменшення деформацій ґрунту за межами фундаменту.

За умови розташування паль у групі з кроком $L = 3d$ частка зусилля, що передається на ґрунт через бічну поверхню кутової палі, становить 73% від її загального навантаження (таб.1). При збільшенні відстані між палями до $L = 6d$ відповідний показник зменшується до 62%, що свідчить про послаблення просторової взаємодії та зниження інтенсивності роботи бічної поверхні кутової палі.

Табл. 1. Розподіл повздовжньої сили між підшовою і бічною поверхнею палі.

Table 1. Distribution of longitudinal force between the base and the lateral surface of the pile

	L=3d		L=6d	
	Центральна палля	Кутова палля	Центральна палля	Кутова палля
Сумарне зусилля, т.	9.02	8.11	7.11	6.89
Підшва, %	32%	27%	37%	38%
Бічна поверхня, %	68%	73%	63%	62%
Граничне навантаження для куща паль при осіданні 20 мм	41		35	

ВИСНОВКИ ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ

У процесі взаємодії палі з ґрунтом виникають пластичні зсувні та об'ємні деформації. Це слід враховувати під час вибору визначальних моделей для числового моделювання.

Залежно від співвідношення діаметра та відстані між палями поведінка групи паль у ґрунті істотно різниться. У досліджуваних умовах це також вплинуло розподіл деформацій ґрунту по глибині.

Показано, що група паль з відстанню між палями $L = 3d$ дозволяє включати в роботи групи паль ґрунт між ними та збільшити несучу здатності групи.

Збільшення відстані між палями сприяє зменшенню взаємодії між палями через ґрунт, утворенню окремих зон деформації ґрунту. Це призводить до зниження групової ефективності та меншої сумарної несучої здатності системи.

Отримані закономірності узгоджуються з експериментальними даними, наведеними у роботі Ф. Ліззі (F. Lizzi, 1985), який показав, що ефективність групи паль досягає максимуму при певному інтервалі відстаней (приблизно 3–5 діаметрів паль), після чого збільшення кроку розміщення спричиняє зниження загальної несучої здатності. Ця робота відповідає дослідженням F. Lizzi. І тут розподіл зусиль між палями значною мірою залежить від жорсткості ростверку.

При відстані між палями $L = 3d$ центральна паля зазнає більшого навантаження. Це пов'язано з ущільненням ґрунту навколо нього під впливом горизонтального тиску, створюваного кутовими палями.

Зі збільшенням відстані між палями різниця у співвідношенні зусиль, що передаються бічною поверхнею та підошвою на ґрунт для центральних та кутових паль, зменшується. При відстані між палями в групі $L = 3d$ зусилля, що передається бічною поверхнею на ґрунт для кутової палі, становило 73% від загального зусилля в ній, а при відстані між палями $L = 6d$ в групі зусилля, що передається бічною поверхнею на ґрунт, становило 62% від загального зусилля в ній.

ЛІТЕРАТУРА

1. Chen, Y., Lu, F., Namdar, A., & Cai, J. (2019). Робочий механізм пальової групи з різними відстанями між палями в щільному піску. *Науковий журнал Advances in Civil Engineering*, 2019, 1–16. DOI:10.1155/2019/5376594
2. Kok Sien Ti, Bujang B.K. Huat, Jamaloddin Noorzaei, Moh'd Saleh Jaafar, Gue See Sew. (2009). Огляд базових конститутивних моделей ґрунту для геотехнічних застосувань. *Науковий журнал Electronic Journal of Geotechnical Engineering*, 14(J), 1–18.
3. Dassault Systèmes Simulia Corp. ABAQUS Analysis User's Manual, Version 6.12. — Providence, Rhode Island : Dassault Systèmes Simulia Corp., 2012.
4. Mayne, P.W. (2007) Сучасний стан практики статичного зондування. *Transportation Research Board Synthesis Study, NCHRP Project 20-05, Topic 37-14, 1-137..*
5. Lizzi, F. (1985). Pali Radice (Root Piles) and Reticulated Pali Radice. *Underpinning, Surrey University Press*, pp. 84-151.
6. Ручківський, В. (2021). Взаємодія ґрунтової основи та групи паль, об'єднаних ростверком. *Основи та фундаменти: Науково-технічний збірник*, 43, 79-86

REFERENCES

1. Chen, Y., Lu, F., Namdar, A., & Cai, J. (2019) Working Mechanism of Pile Group with Different Pile Spacing in Dense Sand. *Advances in Civil Engineering*, 2019, 1-16. DOI:10.1155/2019/5376594
2. Ti, K.S., Huat, B.B.K., Noorzaei, J., Jaafar, M.S., & Sew, G.S. (2009) A Review of Basic Soil Constitutive Models for Geotechnical Application *Electronic Journal of Geotechnical Engineering*, 2009, 1-19.
3. Dassault Systèmes Simulia Corp. ABAQUS Analysis User's Manual, Version 6.12. — Providence, Rhode Island : Dassault Systèmes Simulia Corp., 2012.
4. Mayne, P.W. (2007) Cone Penetration Testing State-of-Practice Transportation Research Board Synthesis Study, NCHRP Project 20-05, Topic 37-14, 2007, 1-137.
5. Lizzi, F. (1985). Pali Radice (Root Piles) and Reticulated Pali Radice. *Underpinning, Surrey University Press*, pp. 84-151.

6. Ruchkivskyi, V. (2021). Vzaïemodiia gruntovoi osnovy ta hrupy pal, obiednanykh rostverkom [Interaction between a subsoil and group of piles joined with a raft]. *Osnovy ta fundamenti: Naukovo-tekhnichnyi zbirnyk*, 43, 79-86 (in Ukrainian).

Numerical modeling of the behavior of a pile group in sandy soils under vertical static loading

Oleksandr LITVYN
Vitalii RUCHKIVSKYI

Summary. This paper presents a comprehensive numerical study of the stress–strain behavior of a pile group embedded in sandy soils and subjected to vertical static loading. The research focuses on understanding how variations in the spacing between piles influence the development of deformation patterns, stress redistribution within the soil mass, and the overall load-bearing performance of the pile group. The problem is highly relevant for geotechnical engineering practice, as the spatial arrangement of piles significantly affects the efficiency, reliability, and cost of foundation systems, particularly in granular soils where interaction effects are pronounced.

A detailed three-dimensional finite-element model was developed to simulate the complex soil–structure interaction. The model incorporates a realistically sized soil domain, a group of displacement piles, and a rigid grillage transferring the load to the pile heads. To ensure a physically correct representation of sandy soil behavior, the modified Drucker–Prager cap model was used. This constitutive model makes it possible to capture both shear plasticity and volumetric hardening associated with compaction—phenomena that cannot be reproduced by simpler elastic or purely frictional models. The soil stiffness and strength parameters were derived from CPT data, and additional compressibility characteristics were obtained using a Terzaghi-based formulation calibrated from laboratory compression tests.

Two pile spacing configurations were investigated: $L = 3d$ and $L = 6d$ (where d is the pile diameter). The simulations revealed substantial differences in the stress–strain state depending on the spacing. At $L = 3d$, the individual stress zones generated around each pile overlap, forming a continuous zone of densified soil. This results in enhanced confinement, increased lateral stress, and a more effective mobilization of shaft resistance. In this

configuration, the pile group behaves as a unified foundation system, and a significant portion of the load is redistributed to corner piles due to spatial constraints. Conversely, at $L = 6d$, the stress influence zones are mostly isolated, causing each pile to behave similarly to a single pile. This reduces group interaction effects and leads to a lower overall bearing capacity.

A detailed analysis of the distribution of longitudinal forces along pile shafts showed that the share of load resisted by the shaft of corner piles decreases from 73% at $L = 3d$ to 62% at $L = 6d$. The central pile exhibits the opposite trend: its contribution becomes less dominant as the spacing increases. These results are consistent with the classical experimental findings of F. Lizzi (1985), who identified an optimal spacing range for maximizing group efficiency in granular soils.

The extended numerical results emphasize the importance of accounting for plastic deformations, soil compaction effects, and interaction-induced stress redistribution when designing pile groups. The study demonstrates that inadequate consideration of these factors may lead to overly conservative or unsafe foundation designs. The numerical model developed herein provides a reliable framework for optimizing pile spacing and improving the accuracy of bearing capacity predictions in sandy soils. It can serve as a valuable tool for refining design methodologies and supporting engineering decision-making under similar geotechnical conditions.

Key words. Numerical modeling, pile group, sandy soils, pile spacing, bearing capacity, stress-strain state, modified cap Drucker–Prager model, finite element method.