

## Розрахункова оцінка глибини проникнення снаряду в ґрунт за допомогою різних методів

Віктор НОСЕНКО<sup>1</sup>, Дмитро НЕЧИПОРЕНКО<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Київський національний університет будівництва і архітектури  
31, просп. Повітряних Сил, Київ, Україна, 03037

<sup>1</sup>v.s.nosenko@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-8261-1846>

<sup>2</sup>dimanechiporenko072@gmail.com, <https://orcid.org/0009-0006-6697-2381>

**Анотація.** У роботі представлені методи розрахунку глибини проникнення снаряду в ґрунт. Було розглянуто два підходи: аналітичний метод та числове моделювання.

В основі аналітичного методу лежить емпіричний вираз, який включає в себе наступні параметри: масу снаряду, його діаметр, швидкість руху та кут атаки. Також є коефіцієнт який залежить від виду снаряду. Додатково була розглянута альтернативна аналітична методика, в якій брались до уваги форма головної частини, калібр снаряду та коефіцієнт, що враховує викривлення траєкторії при влучанні у ґрунт.

Для оцінки глибини проникнення снаряду за допомогою числового моделювання створена скінченно-елементна модель ґрунтового масиву, повітряного простору над ним і снаряду; елементи системи ґрунт – повітря – снаряд моделювались за допомогою сітки Лагранжа-Ейлера, оскільки цей підхід дозволяє проводити розрахунки, що супроводжуються великими деформаціями за короткий проміжок часу. Снаряд моделювався сіткою Лагранжа як абсолютно жорстке тіло.

На основі розрахунків було встановлено, що наявність та значення додаткових коригуючих коефіцієнтів в аналітичних формулах може суттєво впливати на результат; різниця для глибини проникнення снаряду за різними аналітичними підходами склала до 15%.

Під час числового моделювання була досліджена зміна швидкості снаряду з часом при його влучанні в ґрунт, а також вплив модулів об'ємної деформації та зсуву на величину глибини проникнення. За результатами розрахунку отримана величина проникнення склала 0.65 м, а при збільшених значеннях



**Віктор НОСЕНКО**  
завідувач кафедри геотехніки  
к.т.н., доц.



**Дмитро НЕЧИПОРЕНКО**  
аспірант кафедри геотехніки

модулів – 0.48 м. Час за який снаряд повністю зупинявся складає 34 мс при значеннях параметрів моделі ґрунту, що базуються на попередніх дослідженнях, після збільшення значень модулів приблизно в 1.6 рази цей час зменшився в 1.4 рази і склав 25 мс.

При порівнянні значень отриманої глибини проникнення снаряду за аналітичним методом та числовим моделюванням різниця між результатами в середньому склала до 20%.

Знаючи глибину проникнення снаряду в ґрунт при проектуванні заглиблених захисних споруд можна ефективно підібрати глибину занурення споруди з врахуванням того фактору, що ініціація вибуху може відбутися не одразу на поверхні, а з затримкою на певній глибині. Такий підхід дозволить максимально ефективно зменшити вплив від вибухової ударної хвилі на конструкції споруди, а також на людей та обладнання, що знаходяться всередині.

**Ключові слова.** Аналітичний метод, числове моделювання, Ansys/LS-Dyna, глибина проникнення, снаряд.

## ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

З початком повномасштабного вторгнення в Україну постало питання захисту населення та обладнання об'єктів критичної інфраструктури від засобів повітряного нападу ворога. Одним із видів захисту є заглиблені захисні споруди. Важливим критерієм під час їх проектування являється глибина занурення. Правильно підібрана глибина дозволяє зменшити вплив від ударної вибухової хвилі на споруду та все, що в ній знаходиться. Важливо врахувати сценарій, при якому ініціація вибуху при влучанні снаряду, БпЛА або ракети, в ґрунт може відбутися не на його поверхні, а на певній глибині. В результаті такого вибуху надлишковий тиск не буде достатньо гаситися захисним шаром ґрунту, що призведе до руйнування конструкцій споруди та нестиме загрозу життю та здоров'ю людей, що перебувають в середині. Тому коректна оцінка глибини проникнення снаряду в ґрунт є важливим параметром під час проектування заглиблених захисних споруд.

Для оцінки глибини проникнення снаряду можна використовувати аналітичні методики розрахунку, а також числове моделювання в програмних комплексах Ansys/LS-Dyna або Abaqus.

## МЕТА РОБОТИ

Розрахунок глибини проникнення снаряду в піщаний ґрунт за допомогою аналітичного методу та числового моделювання і порівняння отриманих результатів.

## ОСНОВНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ

Була виконана оцінка проникнення снаряду в піщаний ґрунт. В якості засобу ураження прийнято БпЛА типу Шахед-136, який має вагу близько 200 кг, швидкість при влучанні 60 м/с, а кут атаки 60°. Носова

частина в діаметрі складає близько 250 мм.

На першому етапі дослідження розрахунки виконувались аналітичним методом за формулами, що представлені в монографії (Михайловський та ін., 2024).

На другому етапі – за допомогою числового моделювання в програмному комплексі LS-Dyna. Була створена скінчено-елементна модель масиву ґрунту, а також БпЛА з параметрами, що вказані вище.

## АНАЛІТИЧНІ МЕТОДИ ОЦІНКИ ГЛИБИНИ ПРОНИКНЕННЯ

Глибина проникнення снаряду в ґрунт визначалась за наступною формулою:

$$h_p = \lambda k_p \frac{m}{d_{pr}^2} V_{pr} \cos \alpha, \quad (1)$$

де  $h_p$  – глибина проникнення снаряду по нормалі до зовнішньої поверхні перешкоди в с;  $\lambda$  – коефіцієнт, який залежить в основному від форми снаряду, рівний 1.3 при стрільбі бетонобійними снарядами по бетону і 1.0 у інших випадках;  $m$  – вага снаряду у момент зустрічі з перешкодою, кг;  $d_{pr}$  – діаметр снаряду, м;  $V_{pr}$  – швидкість снаряду у момент зустрічі з перешкодою, м/с;  $\alpha$  – кут між перпендикуляром до зовнішньої поверхні перешкоди до дотичної до траєкторії снаряду, кут зустрічі з перешкодою.

Для автоматизації розрахунків за допомогою ІІІ був створений автоматизований калькулятор, який дозволяє змінювати всі необхідні параметри зазначені в формулі і таким чином швидко отримувати необхідний результат. Інтерфейс калькулятора наведено на рисунку 1.

Згідно розрахунків було отримано значення глибини проникнення снаряду, що дорівнює 0.75 м.

В монографії (Михайловський та ін., 2024) представлена ще одна аналітична методика в якій коефіцієнт  $\lambda$  враховує

форму головної частини снаряду та калібр, а також додається коефіцієнт  $n$  для врахування можливості викривлення траєкторії руху снаряду в захисній товщі, для дальнобійних снарядів  $n=1.82$ , для не дальнобійних 2.62.

$$h_p = \lambda k_p \frac{m}{d_{pr}^2} V_{pr} \frac{\cos \alpha (n\alpha)}{\sqrt{\cos \alpha}}, \quad (2)$$

$$\alpha \leq \frac{90^\circ}{2n - 1}, \quad (3)$$

$$\lambda = \lambda_1 \lambda_2, \quad (4)$$

$$\lambda = 0.5 + 0.43 \sqrt{\left(\frac{H_r}{d_{pr}}\right)^2}, \quad (5)$$

де  $H_r$  – висота головної частини снаряду.

$$\lambda_2 = 2.8^3 \sqrt{d_{pr}} - 1.3 \sqrt{d_{pr}}, \quad (6)$$

Глибина проникнення снаряду по формулі 2 складає 0.87 м. Різниця між результатами розрахунків глибини проникнення двох аналітичних методик складає 14%.

Рис.1. Калькулятор глибини проникнення снаряду для розрахунку за формулою 1.

Fig.1. Projectile Penetration Depth Calculator based on Formula 1.

### ЧИСЛОВЕ МОДЕЛЮВАННЯ ГЛИБИНИ ПРОНИКНЕННЯ

Модель ґрунтового масиву має габарит 10x10x5 м. Розмір сітки скінченних елементів є перемінним і змінюється в усіх напрямках до країв моделі, окрім центральної частини. В цій локальній зоні, куди влучає БпЛА, розмір граней скінченного елемента складає 25x25x25 мм.

Під дією удару або вибухового впливу

ґрунт зазнає значних деформацій за дуже короткий проміжок часу. Тому для відтворення цієї поведінки сітка скінченних елементів створена за допомогою методу Лагранжа-Ейлера (Носенко та Нечипоренко, 2024). Оскільки при такому підході існують дві сітки: одна виступає в якості фону, а інша – це матеріал, який рухається всередині першої, постає необхідність створити додатково над ґрунтом масив повітря. Це дозволить ґрунту в результаті

зміни його об'єму, внаслідок удару, вільно рухатись у необхідному напрямку. Відповідно повітря також змодельоване методом Лагранжа-Ейлера. Для моделювання БПЛА використана сітка Лагранжа.

Взаємодія між ґрунтом та БПЛА реалізувалась за допомогою команди *Constrained Lagrange in Solid*. Принцип її дії полягає в тому, що між двома сітками утворюється інтерфейс на межі якого існують пружинки, які при виявленні пересікання сіток, Лагранжа та Ейлера, виштовхують першу із силою пропорційною до глибини проникнення та жорсткості пружини (Hosseinzadeh 2023).

Для зменшення часу розрахунків використовувалася симетрія схеми. На площині симетрії обмежувались переміщення в перпендикулярному напрямку, а також кути повороту навколо вертикальної та паралельної до площини симетрії осей. Загальний вид скінчено-елементної моделі продемонстровано на рисунку 2.

Для опису поведінки ґрунту був обраний матеріал *FHWA* із бібліотеки *LS-Dyna*. Це модель ізотропного матеріалу, який може враховувати пошкодження та базується на модифікованій поверхні Мора-Кулона для визначення пікової міцності на зсув, що залежить від тиску (LS-Dyna, 2025; Reid, et. Al 2004). Параметри моделі, які використані в даному розрахунку взяті із дослідження (Busch et. Al 2016) та показані в таблиці 1.

Табл. 1. Параметри моделі матеріалу FHWA  
Table 1. Parameters of the FHWA material model

Щільність ґрунту	1.63 г/см <sup>3</sup>
Вологість ґрунту	3.5%
Модуль об'ємної деформації K	16 МПа
Модуль об'ємної деформації частинок ґрунту Ksk	1.6 МПа
Модуль зсуву G	7.4 МПа
Щільність частинок ґрунту	2.65 г/см <sup>3</sup>
Питоме зчеплення	0.0153 МПа
Кут внутрішнього тертя	33°
Залишкове значення кута внутрішнього тертя	25°

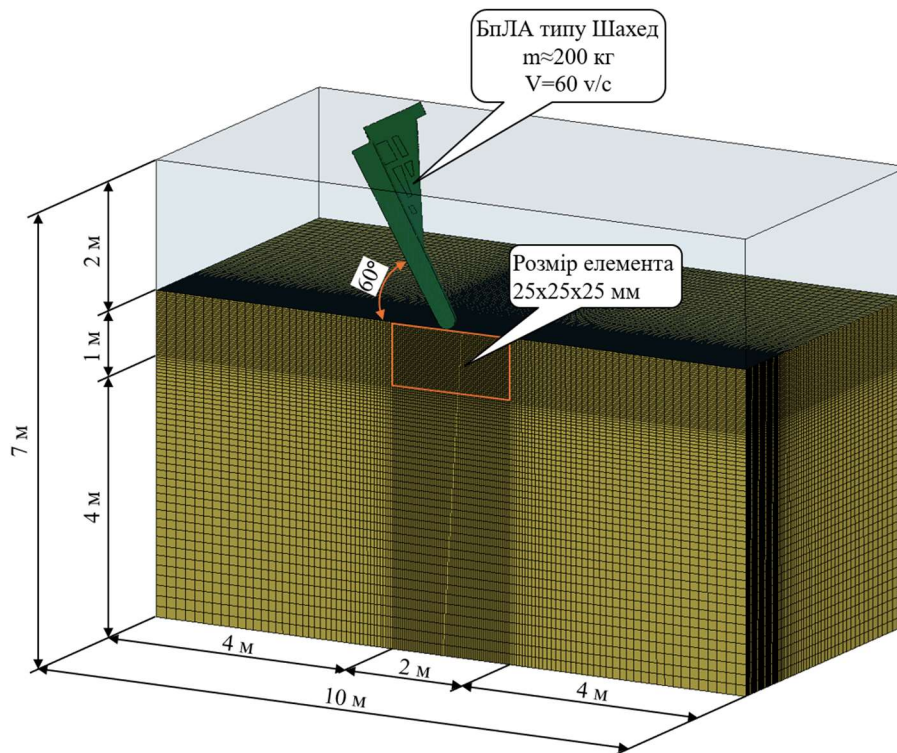


Рис.2. Скінчено-елементна модель (сітка умовно для БПЛА та повітря умовно не показана).  
Fig.2. Finite element model (the UAV and air meshes are omitted for clarity).

© В. Носенко, Д. Нечипоренко

Опубліковано Київським національним університетом будівництва і архітектури

Для повітря використана модель матеріалу *Null* в комбінації із рівнянням стану *Linear Polynomial*. БПЛА моделювався, як абсолютно жорстке тіло матеріалом *Rigid*.

Табл. 2. Параметри моделі матеріалу Null  
Table 2. Parameters of the Null material model

Щільність	$1.225 \cdot 10^{-3} \text{ г/см}^3$
Тиск відсікання	$1 \cdot 10^{-6} \text{ МПа}$
Коефіцієнт в'язкості	$1.81 \cdot 10^{-8}$

Табл. 3. Параметри рівняння стану *Linear Polynomial*  
Table 3. Parameters for material model Null

Коефіцієнт рівняння стану C4	0.4
Коефіцієнт рівняння стану C5	0.4
Початкова внутрішня енергія на одиницю об'єму $E_0$	0.253
Початковий відносний об'єм, $V_0$	1

За допомогою числового моделювання було отримано глибину занурення БПЛА в ґрунт, величина якого склала 0.65 м.



Рис.3. Глибина проникнення.  
Fig.3. Penetration depth.

На графіку рисунок 4 продемонстровано зміну швидкості БПЛА в результаті влучання у ґрунт. Для повної його зупинки необхідно 34 мс.

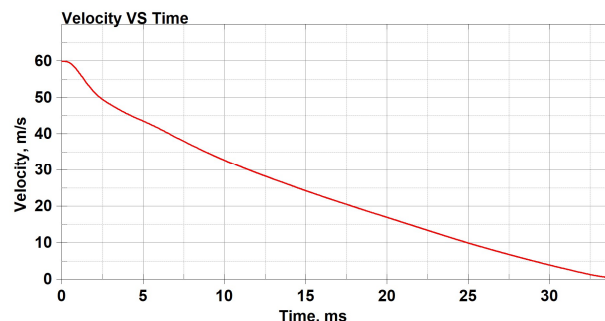


Рис.4. Графік залежності зміни швидкості БПЛА від часу.

Fig.4. UAV velocity change vs. time during impact.

В дослідженні з метою оцінки впливу зміни модулів зсуву та об'ємної деформації на глибину проникнення снаряду в ґрунт, їх значення були збільшені приблизно в 1.6 рази ( $K=25 \text{ МПа}$ ,  $G=12 \text{ МПа}$ ). Значення глибини проникнення снаряду в ґрунт зменшилось в 1.4 рази і дорівнює 0.48 м.

Також в результаті зміни модулів час зупинки снаряду скоротився в 1.4 рази і склав 25 мс.

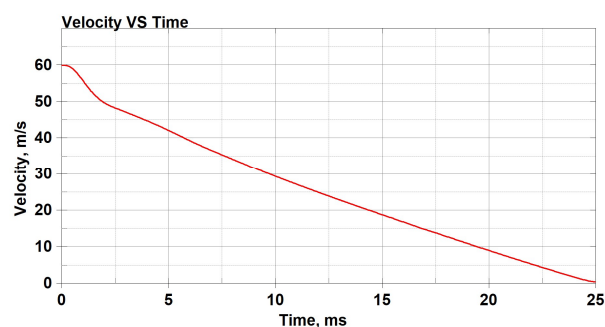


Рис.5. Графік залежності зміни швидкості БПЛА від часу при збільшених модулях.

Fig.5. UAV velocity change vs. time with increased moduli.

### ВИСНОВКИ ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ

Встановлено, що розрахункова глибина проникнення снаряду в піщаний ґрунт визначена за аналітичною методикою може

варіюватися в залежності від вибраної методики розрахунку і наявних в ній коригуючих коефіцієнтів, які враховують геометричні та технічні характеристики снаряду. Глибина проникнення снаряду який має вагу близько 200 кг, швидкість при влучанні 60 м/с, а кут атаки 60° і діаметрі 250 мм складає від 0.75 м до 0.87 м.

Визначено глибину проникнення снаряду (БпЛА) за допомогою числового моделювання з врахуванням нелінійної поведінки ґрунту та зміни швидкості БпЛА в часі. Отримане значення на основі розрахунку складає 0.65 м, що в середньому на 19% менше за значення отримані аналітичним розрахунком. Час за який снаряд повністю зупинився склав 34 мс.

Досліджено вплив зміни модулів об'ємної деформації та зсуву на зміну глибини занурення снаряду в ґрунт. При збільшенні значень модулів приблизно в 1.6 рази глибина занурення зменшилась в 1.4 рази та склала 0.48 м, час до повної зупинки снаряду, згідно розрахунків, дорівнює 25 мс, що в 1.4 рази менше ніж було при початкових значеннях модулів.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Михайловський, Д. В., Білик, А. С., & Склярів, І. О. (2024). Розрахунок конструкцій будівель і споруд на дії основних факторів ураження засобів повітряного нападу: монографія. Київ: Каравела.
2. НОСЕНКО, В., & НЕЧИПОРЕНКО, Д. (2024). Принципи побудови числових моделей для дослідження впливу імпульсних навантажень на заглиблені споруди. *Основи та Фундаменти/Bases and Foundations*, (49), 55-61.
3. LS-DYNA, Livermore software technology cooperation, LS-DYNA keyword user's manual, 2025. URL: [https://ftp.lstc.com/anonymous/outgoing/web/ls-dyna\\_manuals/DRAFT/DRAFT\\_Vol\\_I.pdf](https://ftp.lstc.com/anonymous/outgoing/web/ls-dyna_manuals/DRAFT/DRAFT_Vol_I.pdf)
4. LS-DYNA, Livermore software technology cooperation, LS-DYNA material models manual, 2025. URL: [https://ftp.lstc.com/anonymous/outgoing/web/ls-dyna\\_manuals/DRAFT/DRAFT\\_Theory.pdf](https://ftp.lstc.com/anonymous/outgoing/web/ls-dyna_manuals/DRAFT/DRAFT_Theory.pdf)

5. Reid, J. D., Coon, B. A., Lewis, B. A., Sutherland, S. H., & Murray, Y. D. (2004). Evaluation of LS-DYNA soil material model 147.
6. Hosseinzadeh, S., Tabri, K., Topa, A., & Hirdaris, S. (2023). Slamming loads and responses on a non-prismatic stiffened aluminium wedge: Part II. Numerical simulations. *Ocean Engineering*, 279, 114309.
7. Busch, C. L., Aimone-Martin, C. T., & Tarefder, R. A. (2016). Experimental evaluation and finite-element simulations of explosive airblast tests on clay soils. *International Journal of Geomechanics*, 16(4), 04015097.

#### REFERENCES

1. Mykhailovskiy, D. V., Bilyk, A. S., & Skliarov, I. O. (2024). Rozrakhunok kons-truktsii budivel i sporud na dii osnovnykh faktoriv urazhennia zasobiv povitrianoho napadu: monohrafiia. Kyiv: Karavela (In Ukrainian).
2. NOSENKO, V., & NECHYPORENKO, D. (2024). Pryntsypy pobudovy chyslovykh modelei dlia doslidzhennia vplyvu impulsnykh navantazhen na zahlybleni sporu-dy. *Osnovy ta Fundamenty/Bases and Foundations*, (49), 55-61 (In Ukrainian).
3. LS-DYNA, Livermore software technology cooperation, LS-DYNA keyword user's manual, 2025. URL: [https://ftp.lstc.com/anonymous/outgoing/web/ls-dyna\\_manuals/DRAFT/DRAFT\\_Vol\\_I.pdf](https://ftp.lstc.com/anonymous/outgoing/web/ls-dyna_manuals/DRAFT/DRAFT_Vol_I.pdf)
4. LS-DYNA, Livermore software technology cooperation, LS-DYNA material models manual, 2025. URL: [https://ftp.lstc.com/anonymous/outgoing/web/ls-dyna\\_manuals/DRAFT/DRAFT\\_Theory.pdf](https://ftp.lstc.com/anonymous/outgoing/web/ls-dyna_manuals/DRAFT/DRAFT_Theory.pdf)
5. Reid, J. D., Coon, B. A., Lewis, B. A., Sutherland, S. H., & Murray, Y. D. (2004). Evaluation of LS-DYNA soil material model 147.
6. Hosseinzadeh, S., Tabri, K., Topa, A., & Hirdaris, S. (2023). Slamming loads and responses on a non-prismatic stiffened aluminium wedge: Part II. Numerical simulations. *Ocean Engineering*, 279, 114309.
7. Busch, C. L., Aimone-Martin, C. T., & Tarefder, R. A. (2016). Experimental evaluation and finite-element simulations of explosive airblast tests on clay soils. *International Journal of Geomechanics*, 16(4), 04015097.

### Evaluation of projectile penetration depth into soil using analytical method and numerical simulation

*Viktor NOSENKO*  
*Dmytro NECHYPORENKO*

**Summary.** This paper presents methods for calculating the depth of a projectile's penetration into soil. Two approaches were considered: an analytical method and numerical simulation.

The analytical method is based on an empirical expression that includes the following parameters: the mass of the projectile, its diameter, velocity, and angle of attack. There is also a coefficient that depends on the type of projectile. An alternative formula was considered, which took into account the nose shape, the caliber of the projectile, and a coefficient accounting for trajectory deflection upon impact with the soil.

When evaluating the projectile's penetration depth using numerical simulation, a finite element model of the soil mass and the airspace above it was created. These two elements of the soil-air-projectile system were modeled using a Lagrangian-Eulerian mesh, as this approach allows for calculations involving large deformations over a short period of time. The projectile was modeled with a standard Lagrangian mesh as an absolutely rigid body.

Based on the calculations, it was established that the presence of additional coefficients in the analytical formulas can affect the result; the difference in projectile penetration depth between the various formulas amounted to 14%.

During the numerical modeling, the change in the projectile's velocity over time upon its impact with the soil was investigated, as well as the influence of the bulk and shear moduli on the penetration depth. According to the calculation results, the obtained penetration depth was 0.65 m, and with increased values of the moduli, it was 0.48 m. The time it took for the projectile to come to a complete stop was 34 ms using soil model parameters based on previous studies; after increasing the moduli values by approximately 1.6 times, this time decreased by a factor of 1.4 and amounted to 25 ms.

When comparing the values of the obtained projectile penetration depth from the analytical

method and the numerical modeling, the difference between the results averaged 19%.

Therefore, knowing the depth of a projectile's penetration into the soil, an engineer designing buried protective structures can effectively determine the embedment depth of the structure, taking into account the fact that the initiation of the explosion may not occur immediately on the surface, but with a delay at a certain depth. This approach will make it possible to most effectively mitigate the impact of the explosive shock wave on the structure's components, as well as on the personnel and equipment located inside.

**Key words.** analytical method, numerical simulation, Ansys/LS-Dyna, depth of penetration, projectile.

Стаття надійшла до видання:

18.05.2026.

Стаття прийнята до друку після рецензування:

22.05.2026.

Стаття опублікована:

30.05.2026