

Ймовірнісний метод проєктування раціональних фундаментів на нелінійній ґрунтовій основі

Олександр ТРЕГУБ¹, Юрій КІРІЧЕК²

^{1,2}Український державний університет науки і технологій
ННІ «Придніпровська державна академія будівництва та архітектури»
24а, вул. Архітектора Олега Петрова, м. Дніпро, Україна, 49005,
¹tregub.olexandr@pdaba.edu.ua, <https://orcid.org/0000-0001-6436-352X>
²kirichek.yurii@pdaba.edu.ua, <https://orcid.org/0000-0002-1573-0706>

Анотація. У практиці проєктування застосовують детерміновані методи розрахунку, у той час як вхідні геотехнічні параметри є стохастичними, а навантаження мінливими. У цій статті представлена методика проєктування раціональних фундаментів неглибокого закладання на базі ймовірнісного методу розрахунку напружено-деформованого стану основи з використанням результатів чисельного моделювання, статистичних випробувань та апроксимуючих залежностей між показниками надійності та витратами будівництва.

Чисельний експеримент включав пошук раціональних стовпчастих квадратних фундаментів із стороною підшви від 1 до 5 м при глибині закладання від 1 до 3 м, розташованих на щільному піску середньої крупності, або м'якопластичному суглинку. За детермінованим підходом Єврокод 7 виконані аналітичні та чисельні розрахунки у ПК Robot Structural Analysis Professional: визначені міцність, деформації основи та армування фундаментів. Виконана оцінка обсягів робіт, матеріалів та витрат на улаштування монолітних залізобетонних фундаментів.

Регресійним аналізом отримані рівняння залежності витрат на улаштування стовпчастих фундаментів від їх основних параметрів. За методом статистичних випробувань (імітаційним моделюванням методом Монте-Карло) визначені: розрахункове навантаження за несучою здатністю основи та за деформаціями, із використанням 10^5 випадкових величин змодельованих характеристик ґрунтів та тиску під підшвою фундаменту. За регресійним аналізом вибірки даних отримані



Олександр ТРЕГУБ

доцент кафедри автомобільних доріг, геодезії та землеустрою
к.т.н., доц.



Юрій КІРІЧЕК

професор кафедри автомобільних доріг, геодезії та землеустрою,
д.т.н., проф.

апроксимуючі залежності індексів надійності від розмірів фундаментів. Оцінювання надійності проєктного рішення виконано за ймовірністю відмов та за індексами надійності. Вибір раціонального проєктного рішення полягав у мінімізації витрат при забезпеченні необхідних показників надійності. Раціональні фундаменти визначались із рівнянь регресії відповідно до обраних критеріїв надійності. Задача вирішувалась чисельно ітераціями методом послідовних наближень. Встановлено, що для забезпечення необхідної надійності при мінімальних витратах часто більш доцільно збільшувати площу підшви фундаменту ніж глибину закладання.

Ключові слова. Раціональне проєктування, фундаменти неглибокого закладання, надійність, ймовірність відмови.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Забезпечення надійності та економічності конструктивного рішення є головним завданням проектування будівель та споруд. В той час коли більшість сучасних методів розрахунку застосовують детерміновані підходи, фактично вхідні геотехнічні параметри є стохастичними, а навантаження мінливими. Недосконалість методів розрахунку та невизначеність вихідних даних призводять як до прийняття необґрунтованих запасів із занадто великими резервами несучої здатності основ, так і до недооцінки спільних деформацій системи «основа-споруда», що може спричинити відмови будівельних конструкцій (Kirichek et. al., 2015).

Застосовані у практиці проектування геотехнічних конструкцій аналітичні напівемпіричні методи розрахунку, у тому числі рекомендовані Європейськими та Державними будівельними нормами й стандартами України (ДСТУ-Н Б EN 1997-1:2010, 2013; ДБН В.2.1-10:2018, 2018), зазвичай базуються на детермінованих підходах із використанням характеристичних значень вхідних параметрів та часткових коефіцієнтів, які приймаються в залежності від проектних ситуацій. Розвиток чисельних методів розрахунку дозволяє розширити можливості підвищення надійності проектних рішень (Burlon et. al., 2024).

Альтернативними є методи розрахунку за ймовірнісним підходом, які дозволяють отримати більш економічні та надійні проектні рішення фундаментних конструкцій з урахуванням стохастичного характеру геотехнічних параметрів. Важливим завданням наразі є удосконалення методики розрахунку та раціонального проектування фундаментів за даними ймовірнісного аналізу напружено-деформованого стану (НДС) та оцінки надійності взаємодії будівельної конструкції з ґрунтовою основою з урахуванням витрат на реалізацію проектних рішень.

МЕТА РОБОТИ

Метою досліджень є розробка методики проектування раціональних фундаментів неглибокого закладання на базі ймовірнісного методу оцінювання НДС та оптимізації з використанням результатів чисельного моделювання, статистичних випробувань та апроксимуючих залежностей показників надійності й вартості будівництва.

АНАЛІЗ ПОПЕРЕДНІХ ДОСЛІДЖЕНЬ

У дослідженні (Hsein Juang et. al., 2012) приділена увага методу проектування фундаментів, який забезпечує оптимізацію показників надійності та вартості в умовах невизначеності статистичних характеристик геотехнічних моделей. За допомогою багатоцільової оптимізації встановлюється доцільне співвідношення між вартістю та надійністю для забезпечення безпечних умов експлуатації об'єкта.

У роботі (Kayser and Gajan, 2014) проаналізовано ймовірнісні методи у проектуванні фундаментів: метод моментів другого порядку (FOSM), метод діаграм Торнадо, метод імітаційного моделювання Монте-Карло, метод випадкових скінченних елементів (RFEM). Відзначено, що метод імітаційного моделювання Монте-Карло ресурсоємний, але більш точний та дозволяє отримати повну статистичну інформацію і параметри розподілу випадкових величин (ВВ).

Відомий аналіз несучої здатності основи фундаменту неглибокого закладання розрахованої за ймовірнісним та детермінованим підходами згідно з Єврокод 7 (Pereira and Caldeira, 2011). Автори дійшли висновку, що спрощені лінійні методи FOSM дають неточні результати у зв'язку із нелінійністю розрахункових формул, у той час як ефективність методу Hasofer-Lind підтверджується методом імітаційного моделювання Монте-Карло.

У іншому дослідженні (Roberts and Misra, 2007) запропоновано методику

проектування фундаментів неглибокого закладення на основі надійності шляхом врахування випадкових величин (ВВ) параметрів міцності та жорсткості несучого шару ґрунту, а за рівнянням пружного осідання та методом Монте-Карло отримувати серії кривих залежності «тиск-осідання» для подальшого визначення допустимого тиску на основу.

У роботі (Винников та ін., 2017) детально досліджено параметри неоднорідності ґрунтових основ та удосконалено методику ймовірнісного розрахунку НДС штучних основ методом скінченних елементів.

ОСНОВНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ

За результатами проведених досліджень запропонована методика проектування раціональних фундаментів неглибокого закладання, яка базується на даних ймовірнісного аналізу НДС та інструментів оптимізації з використанням результатів чисельного моделювання, статистичних випробувань та апроксимуючих рівнянь показників надійності та вартості будівництва. Алгоритм досліджень наведено на рис. 1. Вихідні дані: вертикальне навантаження F та коефіцієнт варіації v_F , розміри фундаментів – b , l , глибина закладання d ; відстань між фундаментами L_{np} ; фізико-механічні характеристики ґрунтів: кут внутрішнього тертя φ , питоме зчеплення c , модуль деформації E , питома вага γ та відповідні коефіцієнти варіації v_φ , v_c , v_E , v_γ .

Планування чисельного експерименту передбачає визначення необхідної вибірки даних у межах області пошуку раціональних розмірів фундаменту, у ході якого визначають допустимі навантаження, осідання, обсяги необхідного армування та бетону, перевіряють конструкції та основи за граничними станами. При варіантному проектуванні та реалізації чисельного експерименту є доцільним використання програмного комплексу Robot Structural Analysis Professional.

Розрахунки основ фундаментів виконують згідно із Єврокод 7 (ДСТУ-Н Б

EN 1997-1:2010, 2013) за трьома проектними підходами з використанням часткових коефіцієнтів надійності, які застосовуються до характеристик ґрунтів та навантажень. Проектний несучий опір основи визначається за формулою [2]:

$$R/A' = c'N'_c b_c s_c i_c + q'N_q b_q s_q i_q + 0,5\gamma' B' N_\gamma b_\gamma s_\gamma i_\gamma, \quad (1)$$

де безрозмірні коефіцієнти для:

N_q, N_c, N_γ – несучого опору;

b_c, b_q, b_γ – нахилу підшви фундаменту;

s_c, s_q, s_γ – форми фундаменту;

i_c, i_q, i_γ – нахилу навантаження;

A', B' – ефективна площа підшви та ширина фундаменту.

Осідання фундаментів у межах лінійної стадії деформування обчислюють за формулою, яка базується на рішеннях лінійно-деформованого півпростору (І. О. Розенфельд, 2005):

$$S = 1,44 \frac{\eta}{\eta+1} \cdot \frac{(P-\sigma_{zg,0})b}{E}, \quad (2)$$

де E – осереднене значення модулю деформації ґрунтів основи;

$\eta=l/b$ – співвідношення довжини до ширини підшви фундаменту;

P – середній тиск під підшвою фундаменту;

$\sigma_{zg,0}$ – вертикальне напруження від власної ваги ґрунту на рівні підшви. Тиск під підшвою фундаменту, який відповідає граничному осіданню визначено із рівняння (2) при $S=S_u$:

$$P_{Su} = \frac{SE(\eta+1)}{1,44\eta b} + \sigma_{zg,0}. \quad (3)$$

Осідання фундаментів з урахуванням нелінійності деформування ґрунтів обчислено за формулою (Клепіков, 1996):

$$S_{nl} = \frac{\bar{S}(1-\bar{P}/P_u)P}{\bar{P}(1-P/P_u)}, \quad (4)$$

де \bar{S} – осідання при тиску під підшвою фундаменту \bar{P} , що відповідає лінійній стадії деформацій; P_u – граничний опір основи.

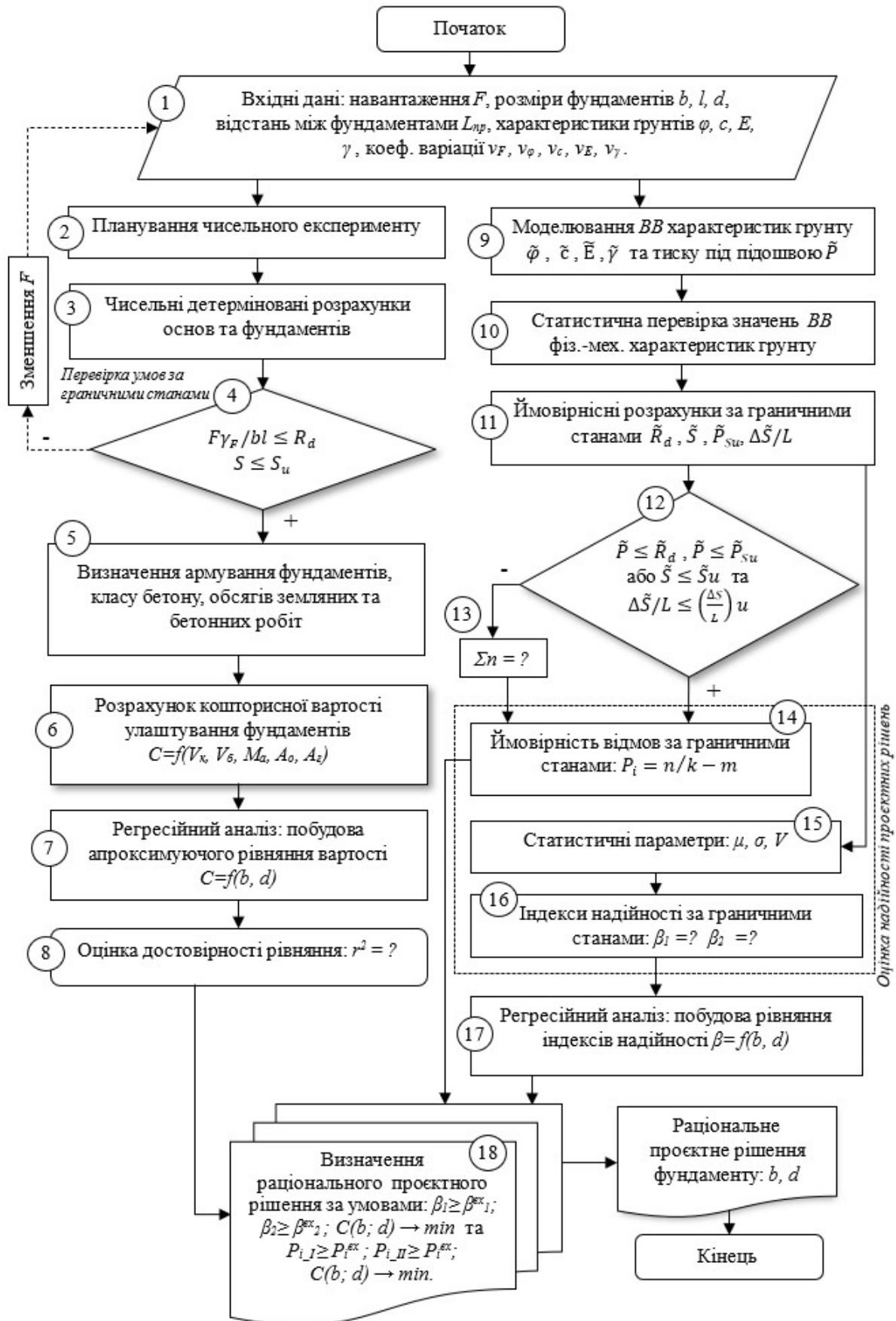


Рис. 1. Алгоритм розрахунку і проектування раціональних фундаментів неглибокого закладання.
 Fig. 1. Algorithm for calculating and designing rational shallow foundations.

© О Трезуб, Ю. Кірічек

Опубліковано Київським національним університетом будівництва і архітектури

Із формули (4) отримано рівняння тиску, що відповідає граничному осіданню основи:

$$P_{Su} = \frac{S_u \cdot \bar{P}}{\bar{S} \left(1 - \frac{\bar{S} \cdot \bar{P}}{P_u} + \frac{S_u \cdot \bar{P}}{P_u} \right)}. \quad (5)$$

У розрахунках осідань ці методи продемонстрували задовільну збіжність з даними випробувань основ великорозмірними штампами.

Перевірка за граничними станами:

- за несучою здатністю основи

$$p \leq R_d, \quad (6)$$

де p – розрахунковий тиск під подошвою фундаменту, що обумовлений дією вертикального навантаження F :

$$p = F \gamma_F / bl; \quad (7)$$

γ_F – окремих коефіцієнт надійності для навантаження;

R_d – розрахункова величина несучого опору основи;

- за осіданням фундаменту

$$S \leq S_u, \quad (8)$$

та відносними нерівномірними осіданнями

$$\Delta S / L \leq \left(\frac{\Delta S}{L} \right) u. \quad (9)$$

За результатами чисельного розрахунку взаємодії фундаментів з основою при вертикальному навантаженні визначене необхідне армування та клас бетону, обчислені обсяги будівельних робіт та матеріалів.

Виконаний розрахунок кошторисної вартості фундаментів неглибокого закладання за виразом:

$$C = V_k \cdot C_k + A_o \cdot C_o + V_b \cdot C_b + M_a \cdot C_a + A_r \cdot C_r + V_3 \cdot C_3, \quad (10)$$

де $V_k, A_o, V_b, M_a, A_r, V_3$ – обсяг земляних робіт при розробці котловану, площа опалубки, обсяг бетонних робіт, маса

арматури, площа гідроізоляції, об'єм ґрунту зворотної засипки;

$C_k, C_o, C_b, C_a, C_r, C_3$ – вартість одиниці відповідних робіт та матеріалів.

Апроксимуючі рівняння залежності вартості будівництва від розмірів фундаменту $C=f(b, d)$, необхідні для визначення оптимальних конструкцій, отримані регресійним аналізом прийнятої вибірки даних.

Ймовірнісні розрахунки проектного несучого опору основи \bar{R}_d , осідань \bar{S} , тиску що відповідає граничному осіданню \bar{P}_{Su} , оцінку нерівномірних осідань $\Delta \bar{S} = |\bar{S} - \bar{S}|$ та відносних нерівномірних осідань $\Delta \bar{S} / L$ виконані із використанням BB змодельованих за методом імітаційного моделювання (Монте-Карло) характеристик ґрунтів та тиску \bar{P} по подошві фундаменту. Коефіцієнти варіації характеристик ґрунтів та функції їх розподілу прийнятий за результатами статистичного аналізу лабораторних випробувань зразків. Статистична перевірка BB характеристик x ґрунтів з метою виключення із вибірки помилкових значень m виконана за методикою (ДСТУ Б В.2.1-5-96, 1996).

Оцінювання надійності проектного рішення передбачено за ймовірністю відмов та за індексами надійності (характеристики безпеки) β .

Ймовірність відмов за граничними станами обчислена за співвідношенням:

$$P_i = n/k - m, \quad (11)$$

де n – кількість відмов у розрахунках з BB характеристик ґрунтів x та тиску p ;

k – загальна кількість виконаних розрахунків відповідно до розміру вибірки;

m – кількість вилучених із вибірки помилкових BB характеристик ґрунту.

Визначені статистичні параметри вибірки – значення математичних сподівань, стандартних відхилень, коефіцієнтів варіації: $\bar{R}_d, \bar{S}, \left(\frac{\Delta \bar{S}}{L} \right), \bar{P}_{Su}; \sigma_{Rd}, \sigma_S, \sigma_{\Delta S/L}, \sigma_{P_{Su}}; V_{Rd}, V_S, V_{\Delta S/L}, V_{P_{Su}}$.

Індекси надійності за несучою здатністю основи обчислені за формулою J. M. Duncan,

який припускав логарифмічно нормальний закон розподілу BB коефіцієнту запасу (Duncan, 2000):

$$\beta_{LN} = \frac{\ln\left(\frac{F_{MLV}}{\sqrt{1+V^2}}\right)}{\sqrt{1+V^2}}, \quad (12)$$

де F_{MLV} – середнє значення коефіцієнту запасу ($k_{safety} = R_d/P$);

V – коефіцієнт варіації коефіцієнту запасу.

Індекси надійності у розрахунках за осіданнями фундаментів [13] (Duncan, 2000):

$$\beta_{LN} = \frac{\ln(SR\sqrt{1+V^2})}{\sqrt{\ln(1+V^2)}}, \quad (13)$$

де SR – співвідношення осідань (допустиме осідання поділене на найбільш ймовірне – середнє значення);

V – коефіцієнт варіації осідань.

Апроксимуюче рівняння індексу надійності у залежності від основних розмірів фундаменту $\beta=f(b, d)$ отримано регресійним аналізом за розрахунками вибірки даних.

Процес визначення раціонального проектного рішення полягає у мінімізації вартості за умови забезпечення необхідних показників надійності. Доцільні значення ймовірності відмов P_i^{ex} та індексів надійності

(характеристик безпеки) β^{ex} приймають у залежності від розрахункових ситуацій та відповідальності об'єкту (ДСТУ-Н Б В.1.2-13:2008, 2009; ДБН В.1.2-14:2018, 2018).

Раціональні розміри фундаменту визначені розрахунками із використанням рівнянь регресії $\beta=f(b, d)$ та $C=f(b, d)$ за встановленими критеріями надійності: $\beta_1 \geq \beta^{ex}_1$; $\beta_2 \geq \beta^{ex}_2$ та $P_{i_I} \geq P_i^{ex}$; $P_{i_II} \geq P_i^{ex}$; $C(b; d) \rightarrow \min$. Задача вирішується чисельно ітераціями методом послідовних наближень. Також можливе аналітичне вирішення методом множників Лагранжа. Для автоматизації ймовірнісних розрахунків розроблена комп'ютерна програма.

Згідно із запропонованою методикою виконані розрахунки залізобетонних стовпчастих фундаментів під колони каркасних будівель класу наслідків (відповідальності) - СС2, розташованих на однорідних ґрунтових основах: із піску середньої крупності, щільного, мало вологого та із суглинку м'якопластичного. Характеристики ґрунтів та їх коефіцієнти варіації наведені у табл. 1. Коефіцієнт варіації тиску під подошвою фундаментів прийнято $\nu_p = 0,1$. Досліджені фундаменти з квадратною формою подошви $b=l$ розмірами від 1 до 5 м та глибиною закладання d від 1 до 3 м при граничних значеннях деформацій: максимальні осідання $S_u = 5$ см; відносна нерівномірність осідань $(\Delta S/L)_u = 0,002$.

Табл. 1. Характеристики ґрунтів.

Table 1. Soil characteristics.

Ґрунти	Кут внутрішнього тертя	Питоме зчеплення	Модуль деформації	Питома вага	Коефіцієнти варіації характеристик ґрунтів			
	ϕ' , град	c' , кПа	E' , МПа	γ' , кН/м ³	$\nu(\phi)$	$\nu(c)$	$\nu(E)$	$\nu(\gamma)$
Пісок середньої крупності, щільний маловологий	38	2	40	17,95	0,05	0,05	0,1	0,01
Суглинок м'якопластичний	21	20	12	18,24	0,1	0,1	0,15	0,02

Параметри матриці планування чисельного експерименту включали область пошуку раціональних параметрів

фундаментів з урахуванням значення коефіцієнтів варіації навантаження та характеристик ґрунтів. У ході чисельних

розрахунків з використанням програми Robot Structural Analysis Professional за детермінованим підходом визначені допустимі тиски під подошвою фундаментів, осідання, необхідне армування залізобетонних фундаментів.

У табл. 2 наведені результати розрахунків ґрунтових основ фундаментів згідно з (ДСТУ-Н Б EN 1997-1:2010, 2013) за третім проєктним підходом – для найбільш несприятливого розрахункового поєднання відповідно до умов за граничними станами.

Табл. 2. Результати детермінованих розрахунків основ стовпчастих фундаментів.

Table 2. Results of deterministic calculations of spread foundations.

Ширина ф-ту	Глибина закладання	Проектний несучий опір	Тиск під подошвою	Осідання
b, м	d, м	R _d , МПа	p, МПа	S, см
Основа: пісок середньої крупності, щільний				
1	1	0,90	0,70	1,0
1	2	1,54	0,78	1,1
1	3	2,17	0,88	1,2
3	1	1,25	0,78	3,3
3	2	1,89	0,96	4,0
3	3	2,52	1,12	4,7
5	1	1,60	0,31	1,8
5	2	2,23	0,43	2,6
5	3	2,87	0,59	3,5
Основа: суглинок м'якопластичний				
1	1	0,40	0,43	2,0
1	2	0,51	0,51	2,3
1	3	0,63	0,61	2,7
3	1	0,43	0,32	4,3
3	2	0,54	0,39	4,9
3	3	0,66	0,42	4,6
5	1	0,46	0,22	4,2
5	2	0,57	0,27	4,8
5	3	0,69	0,30	4,9

На рис. 2 наведені креслення, отримані за результатами чисельних розрахунків фундаментів із бетону класу С20/25 з арматурою А400С Ø12-18 мм та з підготовкою під подошвою із бетону класу С8/10 товщиною 0,1 м. У табл. 3 наведені

розраховані обсяги робіт, матеріалів з витратами на улаштування стовпчастих залізобетонних монолітних фундаментів, обчислених за ресурсними елементними кошторисними нормами.

Регресійним аналізом отримані апроксимуючі рівняння другого порядку для обчислення витрат (грн.) на улаштування залізобетонних стовпчастих фундаментів залежно від їх параметрів:

- для фундаментів на піщаній основі

$$C = 16804,3 - 13868b - 7418,7d + 7404,5b^2 + 6650,2b \cdot d + 414,4d^2, \quad (14)$$

- для фундаментів на суглинистій основі

$$C = 7748 - 14944b + 4236d + 8485b^2 + 1555b \cdot d - 1007d^2. \quad (15)$$

У формулах (14)-(15) ширина подошви b та глибина закладання фундаменту d співвіднесені до одиничних значень $b_1=1$ м, $d_1=1$ м. Коефіцієнти детермінації рівнянь регресії становлять $r^2=0,94 - 0,99$, що свідчить про задовільну узгодженість отриманих даних. На графіках (рис. 3, 4) продемонстровані ці залежності.

Ймовірнісні розрахунки НДС виконані методом статистичних випробувань (імітаційне моделювання Монте-Карло). Вибірка із $k=10^5$ значень BB фізико-механічних характеристик піщаного ґрунту та тиску p під подошвою фундаментів моделювались наближеним розподілом нормального закону, а вибірка BB модуля деформації та питомого зчеплення суглинку - логарифмічно нормальним законом.

Виконані ймовірнісні розрахунки $\tilde{R}_d, \tilde{S}, \tilde{P}_{Su}, \Delta\tilde{S}/L$ з метою визначення раціональних розмірів фундаментів на піщаній основі при вертикальних навантаженнях $F=1000$ кН та $F=6000$ кН, і на суглинистій основі при $F=1000$ кН та $F=2000$ кН. У розподілі BB осідань фундаментів S_{nl} відзначена асиметрія до 0,47, яка пов'язана, зокрема, із нелінійною залежністю між напруженнями і деформаціями ґрунтової основи (рис. 5а). Результати статистичного аналізу продемонстрували можливість

апроксимації щільності розподілу BB коефіцієнтів запасу несучої здатності та осідань фундаментів з урахуванням нелінійності деформування ґрунтів функцією логарифмічно нормального розподілу (рис. 5а, б).

Для пошуку оптимальних конструкцій прийняті такі умови: за розмірами та глибиною $1 \leq b \leq 5$ м, $1 \leq d \leq 3$ м; за індексами надійності $\beta^{ex}_1 \geq 4.75$, $\beta^{ex}_2 \geq 3.89$, та за ймовірністю відмов $P_{i_I} \geq 5 \cdot 10^{-6}$, $P_{i_{II}} \geq 1 \cdot 10^{-4}$, при цьому вартість $C \rightarrow min$.

Регресійним аналізом отримано апроксимуючі рівняння другого порядку для обчислення індексів надійності при проектуванні фундаментів:

- на піщаній основі (при $F=1$ МН):

$$\beta_1 = -8,756 + 7,119b + 2,693d - 0,629b^2 - 0,071b \cdot d - 0,246d^2, \quad (16)$$

$$\beta_2 = -0,452 + 8,05b + 0,219d - 1,372b^2 - 0,025b \cdot d - 0,031d^2; \quad (17)$$

- на суглинистій основі (при $F=1$ МН):

$$\beta_1 = -12,65 + 8,28b + 1,39d - 0,74b^2 - 0,025b \cdot d - 0,087d^2, \quad (18)$$

$$\beta_2 = -2,902 + 3,249b - 0,185d - 0,339b^2 + 0,184b \cdot d - 0,013d^2. \quad (19)$$

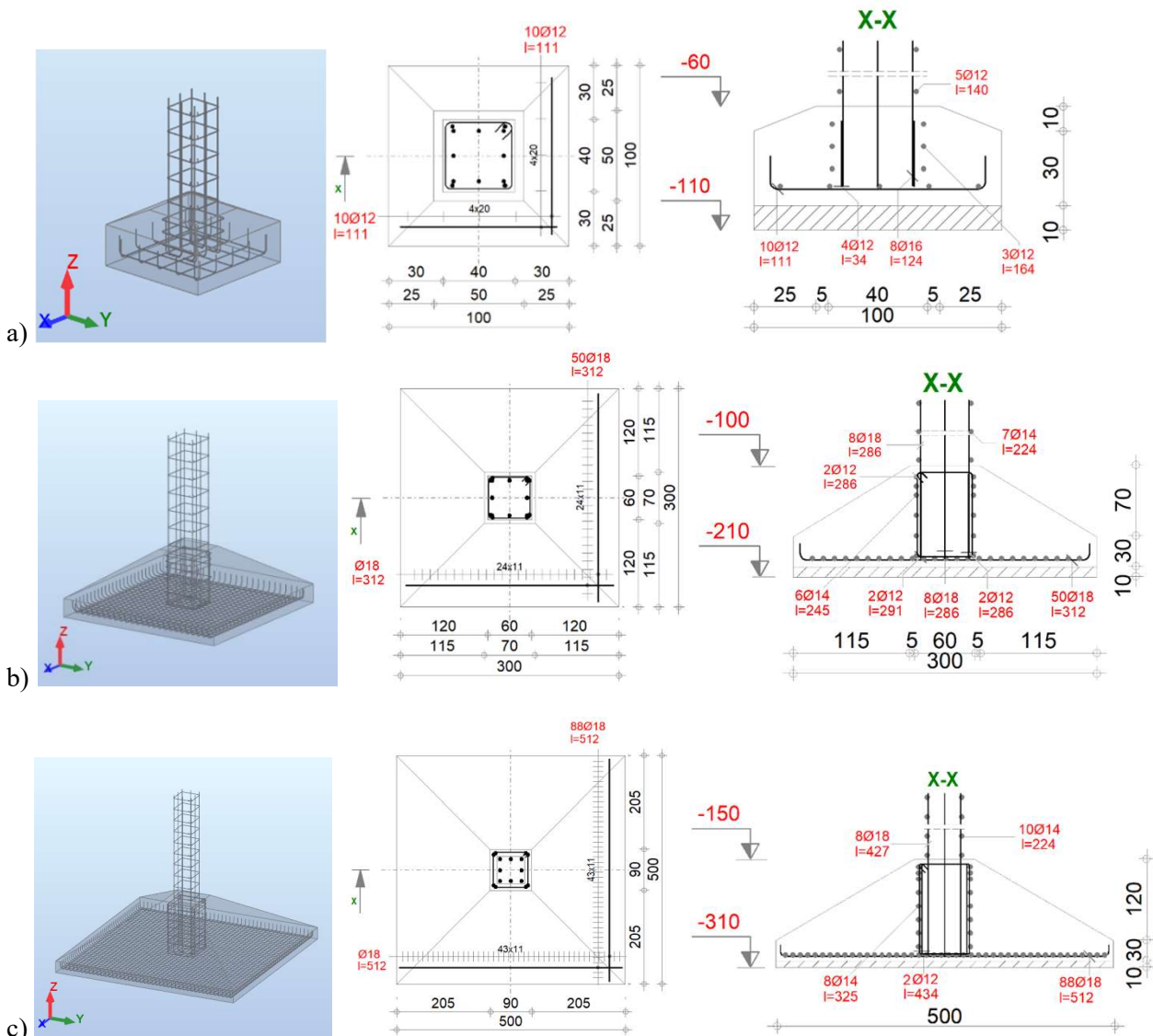


Рис. 2. Конструкції стовпчастих залізобетонних фундаментів: а, б – розмірами підшви 1 x 1 м та 3 x 3 м на піщаній основі; с - розмірами підшви 5 x 5 м на суглинистій основі.

Fig. 2. Structures of reinforced concrete spread footing: а, б - with dimensions of 1 x 1 m and 3 x 3 m on a sandy base; с - with dimensions of 5 x 5 m on a loamy base.

© О Трегуб, Ю. Кірічек

Опубліковано Київським національним університетом будівництва і архітектури

Табл. 3. Обсяги робіт, матеріалів та витрати на будівництво фундаментів.
Table 3. Volumes of work, materials and costs for the construction of foundations.

Ширина фундамент.	Глибина заклад.	Обсяг виїмки ґрунту	Площа опалубки	Об'єм бетонних робіт	Маса арматури	Площа гідроізоляції	Об'єм ґрунту зворотної засипки	Вартість
b, м	d, м	$V_k, \text{ м}^3$	$A_o, \text{ м}^2$	$V_b, \text{ м}^3$	$M_a, \text{ кг}$	$A_r, \text{ м}^2$	$V_z, \text{ м}^3$	C, тис. грн.
Основа: пісок середньої крупності, щільний								
1	1	2,8	3,0	0,48	37	2,8	2,3	6,75
1	2	11,7	2,6	0,65	67	2,5	11,1	11,52
1	3	28,2	7,32	1,12	72	7,3	27,1	13,95
3	1	13,3	13,6	6,31	342	13,5	6,99	60,53
3	2	37,2	16,0	6,89	405	15,9	30,3	67,93
3	3	74,9	17,8	7,70	458	17,7	67,2	78,06
5	1	31,8	31,6	17,2	898	31,5	14,6	156,3
5	2	79,2	34,6	21,6	974	34,5	51,6	185,5
5	3	146,4	37,6	24,9	1146	37,5	121,5	216,7
Основа: суглинок м'якопластичний								
1	1	2,33	3,0	0,48	36	2,8	1,9	6,45
1	2	8,7	2,6	0,65	65	2,5	8,1	10,06
1	3	21,0	7,32	1,12	70	7,3	19,9	13,25
3	1	12,3	13,6	6,31	271	13,5	6,0	56,82
3	2	32,7	16,0	6,89	296	15,9	25,8	62,27
3	3	63,0	17,8	7,70	354	17,7	55,3	71,81
5	1	30,3	31,6	17,2	671	31,5	13,1	145,4
5	2	72,7	34,6	21,6	872	34,5	51,1	179,8
5	3	129	37,6	24,9	1043	37,5	104,1	209,5

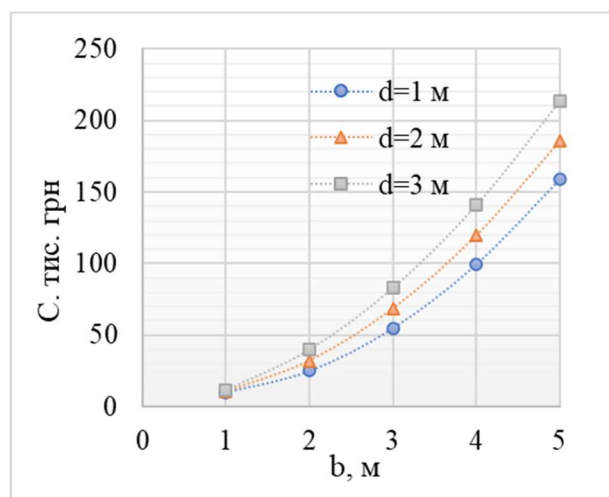


Рис. 3. Залежність витрат на спорудження фундаментів від ширини b та глибини закладання d на піщаній основі.

Fig. 3. Dependence of the cost of constructing foundations on the width b and the depth of laying d on a sand base.

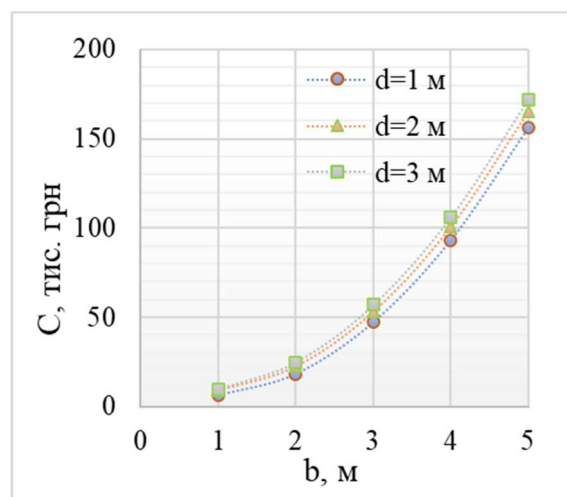


Рис. 4. Витрати на спорудження фундаментів на суглинистій основі.

Fig. 4. Costs for constructing foundations on loamy soil.

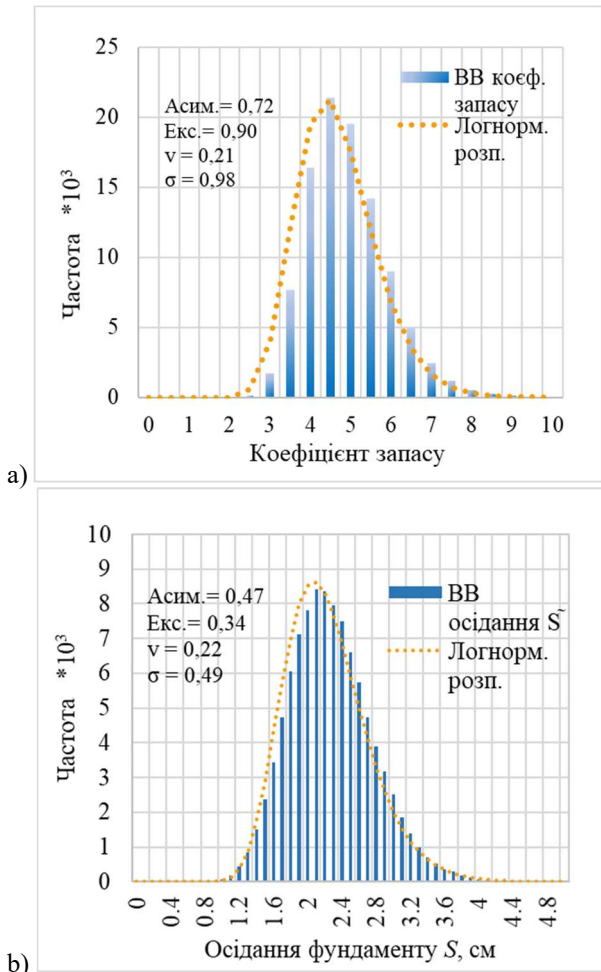


Рис. 5. Гістограми розподілу ВВ коефіцієнтів запасу несучої здатності основи (а) та осідання фундаменту $b=3,7$ м, $d=3,0$ м на суглинистій основи (б).

Fig. 5. Histograms of the distribution of the coefficients of the bearing capacity reserve of the base (a) and the settlement of the foundation $b=3.7$ m, $d=3.0$ m on a loamy base (b).

Вплив розмірів фундаменту на його надійність продемонстровано на графіках (рис. 6, 7), де показані області пошуку раціональних конструктивних рішень за умови забезпечення необхідних індексів надійності та обмежень за шириною підшви та глибиною закладання. Для ситуації представленої на рис. 6 область пошуку раціональних конструктивних рішень розміщена вище значення $\beta_1=4,75$ у межах: $1,2 \leq b \leq 1,9$ м; $1 \leq d \leq 3$ м, а для випадку на рис. 7 у межах: $2 \leq b \leq 2,6$ м; $1 \leq d \leq 3$ м.

Графіки на рисунках 6-9 свідчать про значне зростання індексу надійності зі збільшенням ширини підшви b , із відповідним зменшенням ймовірності відмов ґрунтової основи.

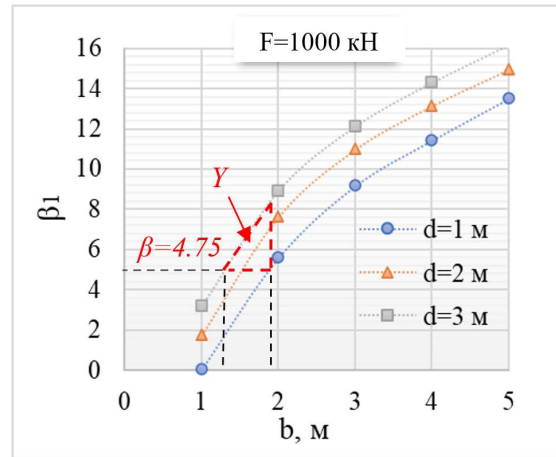


Рис. 6. Індеси надійності згідно із розрахунком за несучою здатністю піщаної основи при вертикальному навантаженні $F=1$ МН (Y - область пошуку раціональних конструктивних рішень).

Fig. 6. Reliability indices according to the calculation of the bearing capacity of the sand base under a vertical load of $F=1$ MN (Y - the area of search for rational design solutions).

Для забезпечення мінімуму витрат для обраних фундаментів при необхідних умовах надійності більш доцільне збільшення площі підшви, а не глибини закладання фундаменту d .

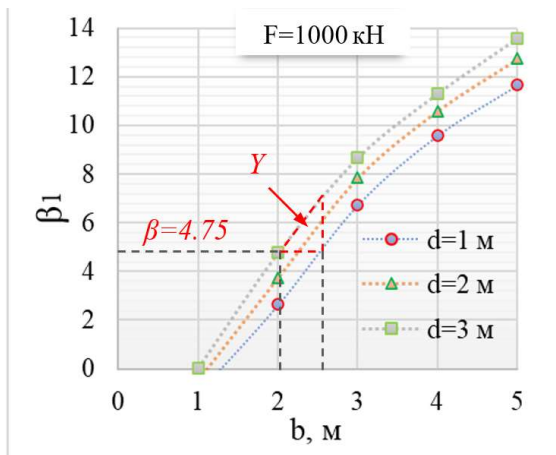


Рис. 7. Індеси надійності фундаментів на суглинистій основи при $F=1$ МН.

Fig. 7. Reliability indices of foundations on loamy soil at $F=1$ MN.

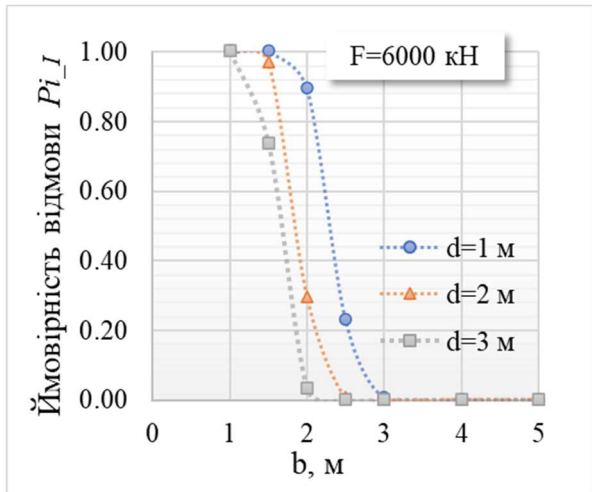


Рис. 8. Ймовірність відмови згідно із розрахунком за несучою здатністю піщаної основи при вертикальному навантаженні $F=6$ МН.

Fig. 8. Probability of failure according to the calculation of the bearing capacity of the sand base under a vertical load $F=6$ MN.

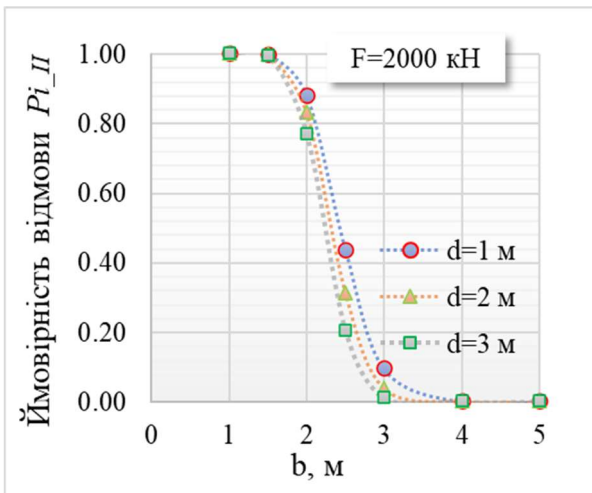


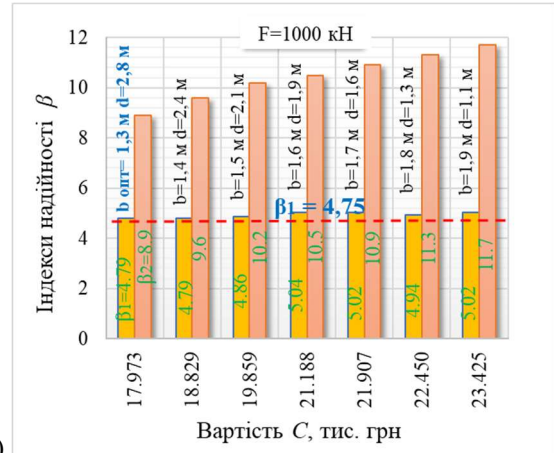
Рис. 9. Ймовірність відмови згідно із розрахунком за осіданням фундаментів на суглинистій основі при вертикальному навантаженні $F=2$ МН.

Fig. 9. Probability of failure according to the calculation of settlement of foundations on a loamy base under a vertical load $F=2$ MN.

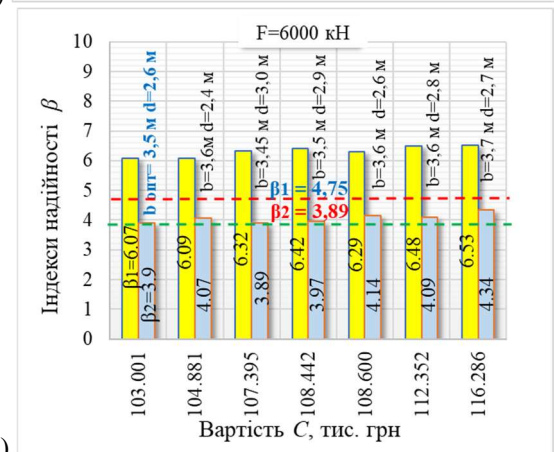
На діаграмах рисунків 10 та 11 відмічено, що із фундаментів, які відповідають критерію необхідного рівня надійності раціональним слід вважати варіант з найменшими витратами на будівництво при забезпеченні рекомендованих значень індексів надійності або ймовірності відмов за граничними

станами відповідно до класу наслідків будівлі та розрахункової ситуації.

При малих розрахункових осіданнях фундаментів вирішальним виступає розрахунок за несучою здатністю (рис. 10а).



a)



b)

Рис. 10. Проектні рішення фундаментів на піщаній основі: а – при вертикальному навантаженні $F=1$ МН; б - $F=6$ МН (β_1 – коеф. надійності згідно із розрахунком за несучою здатністю; β_2 - згідно із розрахунком за осіданням).

Fig. 10. Design solutions for foundations on a sand base: a - with a vertical load $F=1$ MN; b - $F=6$ MN (β_1 - reliability coefficient according to the calculation for bearing capacity; β_2 - according to the calculation for settlement)

Для раціональних розмірів фундаментів була розрахована також ймовірність наднормативних відносних нерівномірних осідань $P_{i\Delta S}$.

Статистичні параметри ймовірнісного аналізу та оцінки надійності основ раціональних конструктивних рішень фундаментів наведені у табл. 4.

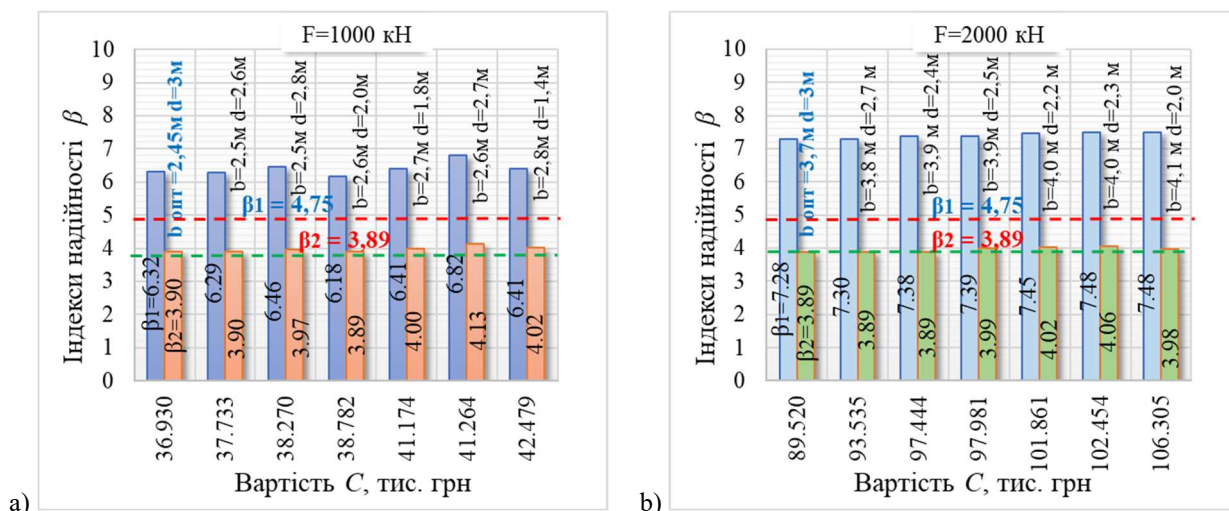


Рис. 11. Проектні рішення фундаментів на суглинистій основі: а – при вертикальному навантаженні $F=1$ МН; б - $F=2$ МН.

Fig. 11. Design solutions for foundations on a loamy base: a - with a vertical load $F=1$ MN; b - $F=2$ MN.

Табл. 4. Результати ймовірнісного аналізу та оцінки надійності раціональних конструктивних рішень фундаментів.

Table 4. Results of probabilistic analysis and reliability assessment of rational design solutions for foundations.

Ширина фундаменту b, м	Глибина закладання d, м	Навантаження F, МН	Гиск під подошвою P, МПа	Математичні сподівання				Середні квадратичні відхилення		Коефіцієнти варіації				Коефіцієнт запасу $k_{зан}$	Індекси надійності I гр. ст. / за II гр. ст. β		
				R_d , МПа	S, см	$\Delta S/L \cdot 10^{-3}$	$P(S_0)$, МПа	σ_{Rd}	σ_S	$\sigma_{\Delta S/L} \cdot 10^{-3}$	$\sigma_{P(Su)}$	v_{Rd}	v_S			$v_{\Delta S/L}$	$v_{P(Su)}$
Основа: пісок середньої крупності, щільний маловологий																	
1,3	2,8	1,0	0,59	2,16	1,3	0,25	2,2	0,51	0,19	0,20	0,21	0,24	0,15	0,80	0,10	3,66	$\frac{4,79}{8,9}$
3,5	2,6	6,0	0,49	2,44	2,8	0,28	0,84	0,59	0,43	0,22	0,08	0,24	0,15	0,79	0,09	4,98	$\frac{6,07}{3,9}$
Основа: суглинок м'якопластичний																	
2,4	3,0	1,0	0,17	0,66	1,8	0,25	0,37	0,12	0,38	0,19	0,05	0,18	0,21	0,76	0,13	3,88	$\frac{6,32}{3,9}$
3,7	3,0	2,0	0,15	0,68	2,2	0,32	0,27	0,12	0,49	0,25	0,03	0,12	0,22	0,77	0,11	4,53	$\frac{7,28}{3,89}$

Згідно із розрахунками за ймовірнісним методом надійнісно-економічної оптимізації визначені раціональні фундаменти з наступними параметрами:

- на піщаній основі: при $F=1$ МН – $b=1,3$ м, $d=2,8$ м, $L_{np}=6$ м; $\beta_1=4,79$, $\beta_2=8,9$; $P_i^I = 0$, $P_i^{II} = 0$, $P_{i\Delta S}=3 \cdot 10^{-5}$; $C=18$ тис. грн.;
при $F=6$ МН – $b=3,5$ м, $d=2,6$ м, $L_{np}=12$ м; $\beta_1 = 6,07$, $\beta_2=3,9$; $P_i^I = 0$, $P_i^{II} = 5 \cdot 10^{-5}$; $P_{i\Delta S}=1 \cdot 10^{-5}$; $C=103$ тис. грн.;

- на суглинистій основі: при $F=1$ МН – $b=2,45$ м, $d=3,0$ м, $L_{np}=12$ м; $\beta_1=6,32$, $\beta_2=3,9$; $P_i^I=0$, $P_i^{II}=4,8 \cdot 10^{-5}$, $P_{i\Delta S}=2 \cdot 10^{-5}$; $C=36,9$ тис. грн.;

при $F=2$ МН – $b=3,7$ м, $d=3,0$ м, $L_{np}=12$ м; $\beta_1=7,28$, $\beta_2=3,89$; $P_i^I=0$, $P_i^{II}=3 \cdot 10^{-5}$, $P_{i\Delta S}=13 \cdot 10^{-5}$; $C=89,5$ тис. грн.

ВИСНОВКИ ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ

Запропонована методика проектування раціональних фундаментів неглибокого закладання ймовірнісним методом із урахуванням стохастичного характеру параметрів ґрунтів, нелінійності їх деформування та мінливості навантажень, дозволяє підвищити ефективність проектних рішень.

У дослідженнях використано метод статистичних випробувань, що дозволило змодельовати ВВ заданої функції щільності розподілу і дослідити надійність нелінійної взаємодії основи й фундаменту. За допомогою регресійного аналізу отримані математичні залежності геометричних розмірів конструкції від її надійності та вартості. Метою запропонованого алгоритму є мінімізація будівельних витрат за умови забезпечення заданих характеристик безпеки. Встановлено, що для забезпечення необхідної надійності при мінімальних витратах часто більш доцільно збільшувати площу подошви фундаменту ніж глибину закладання. Збільшення ширини подошви фундаменту суттєво підвищує індекс надійності та зменшує ймовірність відмови основи.

Важливим напрямком подальших досліджень є розвиток методів розрахунку, що дозволяють підвищити точність прогнозування спільних деформацій системи «основа-споруда» як для забезпечення економічності, так і для уникнення ризику відмов. Необхідні подальші дослідження присвячені адаптації ймовірнісних методів до вимог Європейських норм, в яких значна увага приділена чисельним методам розрахунку та забезпеченню надійності проектів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Kirichek Y., Bolshakov V., Tregub A. (2015). Safety concepts for shallow foundations. *Proc. of XVI European Conference ECSMGE «Geotechnical Engineering for Infrastructure and Development»*. – Edinburg. – ICE Publishing. Vol.3, 967-972.
2. Єврокод 7. Геотехнічне проектування. Частина 1. Загальні правила: ДСТУ-Н Б EN 1997-1:2010 (EN 1997-1:2004, IDT) (2013). [Чинний від 2013-07-13]. – К : Мінеріонбуд України.
3. Основи і фундаменти будівель та споруд. Основні положення: ДБН В.2.1-10:2018. (2018) [Чинний від 2019-01-01]. – К : Мінеріонбуд України.
4. Burlon S., Walter H., Smith C.C. Eurocode 7 – second generation - numerical methods (2024). *Proceedings of the XVIII European Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering «Geotechnical Engineering Challenges to Meet Current and Emerging Needs of Society»*, 1513-1516. DOI 10.1201/9781003431749-278
5. Juang C. H., Wang L., Atamturktur S., Luo Z. (2012). Reliability-based robust and optimal design of shallow foundations in cohesionless soil in the face of uncertainty. *Journal of GeoEngineering*. Vol. 7, №3, 75-87.
6. Kayser M., Gajan S. (2014). Application of probabilistic methods to characterize soil variability and their effects on bearing capacity and settlement of shallow foundations: state of the art. *International Journal of Geotechnical Engineering*. Vol. 8, №4., 352-364. DOI: 10.1179/1938636213Z.00000000073
7. Pereira C., Caldeira L. (2011) Shallow Foundation Design through Probabilistic and Deterministic Methods. *Proceeding International Symposium on Geotechnical Safety and Risk (ISGSR), Bundesanstalt für Wasserbau*, 199-207.
8. Roberts L. A., Misra A. (2007). Reliability-Based Design of Shallow Foundations Based on Elastic Settlement. *Proc. of the 1st Intern. Symposium on Geotechnical Safety and Risk (ISGSR2007)* – Shanghai, 471–483.
9. Винников Ю. Л., Харченко М. О., Лопан Р. М., Манжалій С. М. (2017). Геотехнічні властивості штучних основ для об'єктів гірничо-збагачувального комплексу: Монографія. – Полтава: ПолтНТУ ім. Ю. Кондратюка.

10. Розенфельд И. А. (2005). О повышении достоверности прогноза осадок оснований зданий и сооружений. *Світ геотехніки*, 1, 27-30.
11. Клепиков С. Н. (1996). *Расчет сооружений на деформируемом основании*, К: НИИСК.
12. Основи та підвалини будинків і споруд. Ґрунти. Методи статистичної обробки результатів випробувань: ДСТУ Б В.2.1-5-96 (ГОСТ 20522-96) (1996). – НДІОСП.
13. Duncan, J. M. (2000). Factors of safety and reliability in geotechnical engineering. *J. Geotech. Geoenviron. Eng.*, 126, (4), 307–316.
14. Єврокод. Основи проектування конструкцій: ДСТУ-Н Б В.1.2-13:2008 (EN 1990:2002, IDT) (2009). [Чинний від 2009-04-30]. – К : Мінрегіонбуд України.
15. Загальні принципи забезпечення надійності та конструктивної безпеки будівель і споруд: ДБН В.1.2-14:2018. (2018) [Чинний від 2019.01.01]. – К.: Мінрегіон України.

REFERENCES

1. Kirichek Y., Bolshakov V., Tregub A. (2015). Safety concepts for shallow foundations. *Proc. of XVI European Conference ECSMGE «Geotechnical Engineering for Infrastructure and Development»*. – Edinburg. – ICE Publishing. Vol. 3, 967-972.
2. Yevrokod 7. Heotekhnichne proektuvannya. Cha-styna 1. Zahal'ni pravyla [Eurocode 7. Geotechnical design. Part 1. General rules]: DSTU-N B EN 1997-1:2010 (EN 1997-1:2004, IDT) (2013). [Chynnyy vid 2013.07.13]. – К : Minrehionbud Ukrayiny. (in Ukrainian).
3. Osnovy i fundamenti budivel' ta sporud. Osnovni polozhennya [Bases and foundations of buildings and structures. Basic provisions]: DBN V.2.1-10:2018. (2018) [Chynnyy vid 2019.01.01]. – К : Minrehionbud Ukrayiny. (in Ukrainian).
4. Burlon S., Walter H., Smith C.C. Eurocode 7 – second generation - numerical methods (2024). *Proceedings of the XVIII European Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering «Geotechnical Engineering Challenges to Meet Current and Emerging Needs of Society»*, 1513-1516. DOI 10.1201/9781003431749-278
5. Juang C. H., Wang L., Atamturktur S., Luo Z. (2012). Reliability-based robust and optimal design of shallow foundations in cohesionless soil in the face of uncertainty. *Journal of GeoEngineering*. Vol. 7, №3, 75-87.
6. Kayser M., Gajan S. (2014). Application of probabilistic methods to characterize soil variability and their effects on bearing capacity and settlement of shallow foundations: state of the art. *International Journal of Geotechnical Engineering*. Vol. 8, №4., 352-364. DOI: 10.1179/1938636213Z.00000000073
7. Pereira C., Caldeira L. (2011) Shallow Foundation Design through Probabilistic and Deterministic Methods. *Proceeding International Symposium on Geotechnical Safety and Risk (ISGSR), Bundesanstalt für Wasserbau*, 199-207.
8. Roberts L. A., Misra A. (2007). Reliability-Based Design of Shallow Foundations Based on Elastic Settlement. *Proc. of the 1st Intern. Symposium on Geotechnical Safety and Risk (ISGSR2007)* – Shanghai, 471–483.
9. Vynnykov Yu. L., Kharchenko M. O., Lopan R. M., Manzhaliy S. M. (2017). Heotekhnichni vlastyvoli shtuchnykh osnov dlya ob"yektiv hirnycho-zbahachuval'noho kompleksu: Monohrafiya [Geotechnical properties of foundations for mining complex: Monograph] – Poltava: PolNTU im. Yu. Kondratyuka.
10. Rozenfel'd I. A. (2005). О повышении достоверности прогноза осадок оснований зданий и сооружений [On increasing the reliability of forecasting foundation settlements of buildings and structures]. *Світ геотехніки*, 1, 27-30. (in Russian).
11. Klepikov S.N. (1996). Raschet sooruzheniy na deformiruyemom osnovanii [Calculation of structures on a deformable base], Kiyev: NIISK. (in Russian).
12. Osnovy ta pidvalyny budynkiv i sporud. Grunty. Metody statystychnoyi obrobky rezul'tativ vyprobuvan' [Foundations and foundations of buildings and structures. Soils. Methods of statistical processing of test results]: DSTU B V.2.1-5-96 (ГОСТ 20522-96) (1996). – NDIOСП. (in Ukrainian).
13. Duncan, J. M. (2000). Factors of safety and reliability in geotechnical engineering. *J. Geotech. Geoenviron. Eng.*, 126, (4), 307–316.
14. Yevrokod. Osnovy proektuvannya konstruktsiy [Eurocode. Fundamentals of structural design]: DSTU-N B V.1.2-13:2008 (EN 1990:2002, IDT) (2009). [Chynnyy vid 2009.04.30]. – К : Minrehionbud Ukrayiny. (in Ukrainian).
15. Zahal'ni pryntsyipy zabezpechennya nadiynosti ta konstruktyvnoyi bezpeky budivel' i sporud

[General principles for ensuring the reliability and structural safety of buildings and structures]: DBN V.1.2-14:2018. (2018) [Chynnyy vid 2019.01.01]. – K.: Minrehion Ukrayiny. (in Ukrainian).

Probabilistic method for the design of rational foundations on non-linear soil

Oleksandr TREHUB
Yuriy KIRICHEK

Summary. In engineering practice, deterministic calculation methods are commonly applied, whereas the input geotechnical parameters are stochastic and the loads are variable. This paper presents a methodology for the design of rational shallow foundations based on a probabilistic approach to the analysis of the stress–strain state of the soil base, using the results of numerical modelling, statistical testing, and approximating relationships between reliability indicators and construction costs.

The numerical experiment involved the search for rational square isolated (spread) footings with side lengths ranging from 1 to 5 m and embedment depths from 1 to 3 m, founded on dense medium sand or soft plastic loam. Within a deterministic framework in accordance with Eurocode 7, analytical and numerical calculations were carried out using Robot Structural Analysis Professional, including the determination of strength, base deformations, and required reinforcement of the foundations. The volumes of work, materials, and construction costs for cast-in-place reinforced concrete foundations were also evaluated.

Regression analysis was used to derive equations relating construction costs of isolated footings to their main parameters. Using statistical testing methods (Monte Carlo simulation), the design loads were determined with respect to both bearing capacity and deformation criteria, based on 10^5 random variables representing simulated soil properties and pressure beneath the footing. Regression analysis of the dataset yielded approximating relationships between reliability indices and foundation dimensions. The reliability of the design solution was assessed in terms of both probability of failure and reliability indices.

The selection of a rational design solution consisted in minimizing costs while ensuring the required reliability levels. Rational foundation

dimensions were determined from regression equations in accordance with the selected reliability criteria. The problem was solved numerically through iterative procedures using the method of successive approximations. It was established that, to achieve the required reliability at minimal cost, it is often more effective to increase the footing base area rather than the embedment depth.

Key words. Rational design, shallow foundations, reliability, probability of failure.

Стаття надійшла до видання:

04.05.2026

Стаття прийнята до друку після рецензування:

13.05.2026

Стаття опублікована:

30.05.2026